



MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION
NATIONALE

*Liberté
Égalité
Fraternité*

Livret d'accompagnement de programme

Mathématiques

Avant
4 ans

À partir de
4 ans

À partir de
5 ans

CP

CE1

CE2

CM1

CM2


6^e

5^e

4^e

3^e

2026



Ce livret d'accompagnement du programme de mathématiques du cycle 3, publié au [BOENJS du 17 avril 2025](#) propose des ressources organisées sous la forme de fiches thématiques. Chaque fiche présente une séquence de classe, dans laquelle une ou plusieurs séances sont détaillées. Les exemples proposés abordent certaines priorités ou nouveautés des programmes scolaires.

■ Table des matières

- 3 | Enjeux pédagogiques du cycle 3
- 4 | Recommandations pédagogiques et gestes professionnels associés
- 5 | Proposition de séquence n°1 – Savoir que la probabilité d'un événement est un nombre compris entre 0 et 1.

La séquence vise à consolider la notion de probabilité, puis à introduire l'écriture des probabilités comme quotient compris entre 0 et 1. Les élèves passent de l'expression « la probabilité est de « a chances sur b » à l'expression « la probabilité est égale à $\frac{a}{b}$ ». Ils comprennent que la probabilité d'un événement est un nombre, écrit sous la forme d'une fraction, d'un nombre décimal ou d'un pourcentage. La mise en place de simulations permet d'introduire l'approche fréquentiste des probabilités, en comparant les résultats d'expériences répétées à la probabilité théorique. Les activités s'appuient sur le positionnement d'événements sur une échelle de probabilités, objet déjà rencontré par les élèves en CM, mais cette échelle devient graduée et l'événement est attaché à un nombre entre 0 et 1. La manipulation de différentes écritures est l'occasion de réinvestir le travail sur les nombres (fractions, décimaux, pourcentages). Des expériences aléatoires variées et des jeux permettent d'ancrer la notion dans des situations concrètes et de faire vivre des simulations et des modèles.

- 15 | Proposition de séquence n°2 – Définition de la proportionnalité entre deux grandeurs

Cette séquence permet de construire puis formaliser la définition de la proportionnalité entre deux grandeurs. Les élèves identifient des situations relevant d'un modèle de proportionnalité et distinguent celles qui n'en relèvent pas. Ils utilisent différentes procédures de calcul, appuyées sur la compréhension du sens de la proportionnalité et résolvent des problèmes en mobilisant la procédure la plus adaptée (linéarité multiplicative, additive ou retour à l'unité) sans recours systématique au tableau. Les exercices proposés sont variés : exemples résolus, vrai/faux, exercices inversés, liens avec les aires, ou encore situations issues de la vie quotidienne. La progression articule découverte, confrontation de situations, entraînement et contextualisation, pour donner du sens à la notion de proportionnalité.

- 25 | Proposition de séquence n°3 – Raisonnement illustré sur un exemple de géométrie : la médiatrice

La séquence vise à développer la compétence « raisonner » à travers la définition et la propriété caractéristique de la médiatrice d'un segment. Les élèves apprennent à distinguer définition et propriété et à les mobiliser dans des situations de construction et de résolution de problèmes. Ils s'exercent à utiliser le codage de figures, prélever des informations et organiser les étapes d'une preuve. Les activités variées (construction, géométrie mentale, restauration de figures, résolution de problèmes) favorisent l'argumentation et l'initiation à la pensée déductive.

Enjeux pédagogiques du cycle 3

Dans la continuité des cycles précédents, au cycle 3, les élèves doivent acquérir de solides bases sur les nombres, qu'ils soient entiers ou non, en comprenant leurs différentes écritures (écritures décimales ou sous forme de fractions) et en développant des savoir-faire pour pouvoir effectuer des calculs mentalement ou par écrit selon les nombres en jeu.

L'enseignement des mathématiques au cycle 3 vise également le renforcement de compétences d'analyse, de raisonnement, de logique et d'argumentation à travers la résolution de problèmes qui est au cœur de l'activité mathématique et fait l'objet d'un enseignement structuré et progressif.

Pour être en capacité de résoudre des problèmes, les élèves doivent pouvoir disposer d'automatismes, c'est-à-dire d'un corpus de connaissances, de procédures et de stratégies immédiatement disponibles. La maîtrise de ces automatismes allège la mémoire de travail des élèves lors de la résolution de problèmes, leur permettant de se consacrer pleinement à des tâches cognitives de niveau supérieur comme la prise d'initiatives, la créativité ou le raisonnement. L'apprentissage de ces automatismes est particulièrement valorisant car il produit souvent des progrès rapides, ce qui engage les élèves dans un cercle vertueux et renforce leur confiance en leur capacité à réussir.

Il est essentiel de trouver un juste équilibre entre le travail sur l'acquisition des techniques, en particulier via les automatismes, et l'ancrage des connaissances en lien avec le sens des notions mathématiques et leur utilisation lors de la résolution de problèmes.

De nouveaux éléments apparaissent dans le programme de mathématiques du cycle 3 comme l'algèbre, les probabilités ou l'initiation à la pensée informatique. Il est essentiel que ces champs soient abordés sans attendre la fin de l'année scolaire afin de permettre aux élèves d'acquérir de solides bases sur ces domaines dont l'étude se poursuivra tout au long du cycle 4 en s'appuyant sur les acquis du cycle 3. L'introduction précoce doit permettre une centration forte sur le sens plutôt que sur des compétences techniques et calculatoires. Ces nouveaux champs d'étude ne remplacent bien évidemment pas les domaines plus traditionnels : nombres, calcul, résolution de problèmes, géométrie ou grandeurs et mesures qui restent le cœur du programme de cycle 3.

Trois séquences sont proposées afin d'illustrer les changements opérés dans le nouveau programme de la classe de sixième, l'une sur les probabilités, la suivante sur la proportionnalité entre deux grandeurs et la dernière sur le raisonnement à travers l'exemple de la médiatrice. Pour chacune de ces séquences, l'accent est mis sur le sens des notions travaillées. Les éclairages pédagogiques et didactiques permettent d'illustrer la réflexion que suscite ce nouveau programme. Le cheminement explicite et très progressif proposé permet de prendre la mesure des changements opérés.

En classe de sixième, les probabilités deviennent une grandeur, susceptible d'être comparée, additionnée, complétée, représentée sur une droite graduée ou dans un graphique. Elle prend le statut d'un nombre réel, non plus seulement d'un rapport entre deux entiers, passant ainsi du discret au continu. Ce changement n'est pas anodin et il convient, pour l'enseignant, de prendre la mesure cette progression.

Lors de cette première année au collège, l'élève est sensibilisé au modèle de la proportionnalité. Il est essentiel d'explicitier et de faire expliciter aux élèves les choix effectués et les stratégies mises en œuvre. La définition de la proportionnalité entre deux grandeurs est formalisée et anticipe la notion de grandeur quotient qui sera étudiée au cycle 4.

Un point essentiel de ce nouveau programme est l'accent mis sur l'argumentation et le raisonnement. La géométrie est un terrain propice pour ce travail mais celui-ci doit être mené dans les autres domaines des mathématiques. Il s'agit de faire percevoir aux élèves la force et la nécessité du raisonnement. Outre les compétences raisonnées et communiquées mises en jeu, la représentation joue ici un rôle fondamental. La construction est en effet un point d'appui à l'élaboration du raisonnement, et parallèlement, la réalisation de certaines constructions nécessite un raisonnement préalable.

Recommandations pédagogiques et gestes professionnels associés

Une démarche d'enseignement structuré et progressif

Les recherches en sciences cognitives montrent que pour apprendre efficacement, les élèves doivent comprendre ce qui est attendu d'eux, identifier les obstacles cognitifs susceptibles de freiner leur progression, et disposer de stratégies adaptées pour les surmonter. Le professeur joue alors un rôle clé en guidant les élèves, en structurant les savoirs, et en leur fournissant des outils concrets pour réussir. Toutefois, si cette démarche peut s'avérer particulièrement efficace, elle ne peut être mobilisée de manière systématique, quels que soient le contenu ou la situation d'enseignement. Son efficacité repose donc sur une mise en œuvre réfléchie, attentive aux spécificités de chaque situation d'apprentissage, des contenus enseignés et des profils d'élèves. Pour que cette approche produise pleinement ses effets, elle doit s'appuyer sur une capacité du professeur à ajuster ses interventions et à différencier ses pratiques. C'est en conjuguant les apports des sciences cognitives avec une fine compréhension des besoins des élèves et une approche pédagogique souple et réactive que l'on crée les conditions d'un apprentissage à la fois efficace et durable.

Ainsi un projet d'enseignement efficace s'appuie sur une démarche progressive permettant d'accompagner l'apprentissage des élèves.

Tout d'abord, il s'agit de s'assurer que les objectifs sont compris des élèves, et que la situation présentée est suffisamment motivante pour leur permettre d'entrer dans l'apprentissage. Par la suite, les activités proposées aux élèves, conçues pour atteindre les objectifs fixés, peuvent dans leur mise en œuvre alterner des phases accompagnées par l'enseignant et d'autres en autonomie. Ces activités se concluent par un temps de structuration des apprentissages « Qu'ai-je appris ? » et de retour réflexif « Qu'ai-je réussi ? Que puis-je faire mieux et comment ? ».

À l'occasion des séances ou séquences suivantes, les acquis sont remobilisés afin de favoriser l'automatisation et la capacité des élèves à transférer les apprentissages, dans d'autres situations.

La place de l'erreur

Lorsque la réponse de l'élève est inexacte, il est essentiel de l'accompagner dans l'identification de son erreur afin qu'il puisse, par exemple, comprendre le principe mathématique en jeu ou améliorer son raisonnement logique. Le professeur favorise, encourage et accompagne la réflexion de l'élève en lui proposant des rétroactions régulières sur son activité, dans le but de le guider progressivement vers une meilleure compréhension de ses démarches.

La place et le rôle de la verbalisation par l'élève

Le professeur encourage et favorise la verbalisation et l'explication des objets d'apprentissage afin d'en assurer une meilleure compréhension et de développer ainsi la capacité à en reconnaître les régularités. Il peut, par exemple, demander aux élèves de décrire ce qu'ils observent et de justifier leurs réponses.

Le suivi et évaluation des progrès des élèves

Suivre régulièrement la progression des élèves dans la compréhension des notions et dans le développement des compétences, non seulement par l'observation directe mais aussi par l'utilisation d'outils d'évaluation, permet d'ajuster les activités en fonction des acquis des élèves, en tenant compte de leurs progrès et de leurs difficultés.

Proposition de séquence n° 1 – Savoir que la probabilité d'un événement est un nombre compris entre 0 et 1.

Objectifs

- Savoir que la probabilité d'un événement est un nombre compris entre 0 et 1.
- Passer de l'expression « a chances sur b » à une écriture de la probabilité sous forme de nombre (fraction, décimal, pourcentage).
- Utiliser une échelle de probabilités pour positionner et comparer des événements.
- Faire le lien entre la fréquence d'apparition d'un événement lors d'un très grand nombre de répétitions d'une même expérience et la probabilité de l'événement.

Éléments de progression

Niveau	Référence au programme et progressivité
CM1	<ul style="list-style-type: none">• Identifier des expériences aléatoires• Identifier toutes les issues possibles lors d'une expérience aléatoire simple• Comprendre et utiliser le vocabulaire approprié : « impossible », « possible », « certain », « probable », « peu probable », « une chance sur deux »• Comparer des issues d'expériences aléatoires ou des événements selon leur probabilité de réalisation• Comprendre que ce n'est pas parce qu'il y a deux issues possibles que chacune a une chance sur deux de se réaliser
CM2	<ul style="list-style-type: none">• Identifier toutes les issues possibles lors d'une expérience aléatoire simple• Identifier toutes les issues réalisant un événement dans une expérience aléatoire simple• Dans une situation d'équiprobabilité, lors d'une expérience aléatoire simple, exprimer la probabilité d'un événement sous la forme « a chances sur b »• Comparer des probabilités dans des cas simples• Comprendre la notion d'indépendance lors de la répétition de la même expérience aléatoire• Dans des situations d'équiprobabilité, recenser toutes les issues possibles d'une expérience aléatoire en deux étapes dans un tableau ou dans un arbre afin de déterminer des probabilités
6 ^e	<ul style="list-style-type: none">• Savoir que la probabilité d'un événement est un nombre compris entre 0 et 1• Calculer des probabilités dans des situations simples d'équiprobabilité• Comparer des résultats d'une expérience aléatoire répétée à une probabilité calculée

Enjeux pédagogiques

Après une première approche des probabilités en CM1, les élèves ont, en CM2, appris à dénombrer l'ensemble des issues possibles d'une expérience aléatoire, ainsi qu'à identifier et à compter celles qui correspondent à un événement. Ces dénombrements leur ont permis de quantifier les probabilités d'événements, sous la forme de « a chances sur b », où a est le nombre d'issues correspondant à l'événement et b le nombre total d'issues possibles de l'expérience aléatoire.

En 6^e, un objectif majeur est de passer de la traduction d'une probabilité en termes de chances (a chances sur b) à son expression par le nombre égal au quotient $\frac{a}{b}$ (pouvant être lu « a sur b »), qui peut s'exprimer comme une fraction, un nombre décimal ou un pourcentage. On veillera dans la progression, à ce que la notion de pourcentage ait été préalablement travaillée (les pourcentages n'étant plus abordés au cours moyen).

Les élèves calculent ainsi des probabilités en s'appuyant sur des conditions de symétrie ou de régularité qui fondent le modèle équiprobable.

L'approche fréquentiste des probabilités est également introduite. La mise en place d'expériences, de simulations, offre aux élèves une autre entrée dans la notion de probabilité. Cela permet également d'interpréter certains résultats abordés au cours moyen, de contrôler à posteriori une hypothèse d'équiprobabilité, ou d'approcher une probabilité inconnue.

Éclairage didactique

Dans l'enseignement des probabilités au collège, les premières situations proposées aux élèves sont souvent fondées sur le comptage de cas équiprobables (« Sur un dé à six faces, il y a 3 chances sur 6 d'obtenir un nombre pair. »).

L'écriture en termes de « a chances sur b » puis de $\frac{a}{b}$ s'appuie sur une représentation intuitive et accessible : elle renvoie à une proportion de cas favorables parmi un ensemble fini de cas possibles, qui n'est valable que dans le modèle d'équiprobabilité. C'est une approche naturelle pour les élèves, qui mobilise des connaissances antérieures sur les fractions, les parts, ou la notion de « proportion de réussite ».

L'expression « a chances sur b » entretient une proximité avec le langage courant, mais elle peut masquer certains enjeux mathématiques.

- Elle renforce la vision discrète et finie de la probabilité, associée à un dénombrement explicite des cas possibles.
- Elle tend à essentialiser le hasard : les élèves peuvent croire que la probabilité existe « parce qu'on compte les cas », et non comme une mesure abstraite sur un ensemble d'événements.
- Le mot « chance » entretient une ambiguïté sémantique, en renvoyant à la réussite ou à la fortune, plutôt qu'à une mesure mathématique.

L'écriture sous forme de fraction est un premier pas vers l'écriture d'une probabilité sous forme de nombre compris entre 0 et 1.

- On quitte le registre combinatoire et fractionnaire pour un registre mesuré et continu.
- La probabilité devient une grandeur, susceptible d'être comparée, additionnée, complétée, représentée sur une droite graduée ou dans un graphique.
- Elle prend le statut d'un nombre réel, non plus seulement d'un rapport entre deux entiers, passant ainsi du discret au continu.

Ce passage demande aux élèves d'accepter une normalisation du hasard : toutes les probabilités sont ramenées à une même échelle (de 0 à 1), ce qui facilite les comparaisons, mais exige une abstraction plus forte.

L'enjeu est donc de faire comprendre la nature du nombre probabiliste : il s'agit d'une mesure de la vraisemblance, pas seulement d'un rapport entre nombre de cas favorables et nombre total de cas. Pour cela, il est utile de :

- varier les registres de représentation : utiliser la fraction, le pourcentage, le décimal, la droite graduée, la visualisation graphique (aires, diagrammes de proportion) ;
- mettre en tension le modèle discret et la représentation continue : par exemple, faire évoluer les situations vers des expériences répétées ou des phénomènes où le dénombrement n'est plus possible ;
- faire expliciter aux élèves ce que signifie « 0 », « 1 » et les valeurs intermédiaires : « 0 » correspond à un événement impossible, « 1 » à un événement certain, et les autres valeurs à des degrés de vraisemblance.

Le changement de registres (Duval) en probabilité

Pour Duval, comprendre les mathématiques, c'est être capable de changer de registre de représentation sémiotique, c'est-à-dire de passer d'une manière de représenter un même objet mathématique à une autre.

Exemples de registres en probabilité

- Langage naturel : « Il y a une chance sur deux de gagner. »
- Registre graphique : un diagramme en secteurs, une droite graduée.
- Registre symbolique (algébrique, numérique) : $P(A)=0,5$.
- Registre tabulaire ou arbre de probabilité.

Il en découle des représentations des probabilités qui appartiennent à des registres différents. Quand on écrit une probabilité sous la forme d'un nombre compris entre 0 et 1, on passe du registre verbal à un registre symbolique numérique. On accède ainsi à la comparaison et aux opérations.

Déroulement de la séquence

Progression	Composante	Focus
Séance 1	<p>Passer de « a chances sur b » à l'écriture $\frac{a}{b}$ et $0 < \frac{a}{b} < 1$ et comprendre que la probabilité d'un événement est un nombre compris entre 0 et 1</p> <ul style="list-style-type: none"> • Phase 1 - Expression de la probabilité d'un événement en termes de chances • Phase 2 - Étude de la probabilité pour la roue A (situation d'équiprobabilité) • Phase 3 - Recherche de la probabilité de la roue B à l'aide d'une modélisation numérique (situation de non équiprobabilité) 	Cf. Focus Séance 1
Séance 2	<p>Faire vivre les différentes écritures d'une probabilité avec l'échelle de probabilités</p> <ul style="list-style-type: none"> • Phase 1 - Positionnement d'événements sur une échelle de probabilités • Phase 2 - Manipulation de différentes écritures des probabilités 	Cf. Focus Séance 2
Séance 3	<p>Mobiliser les connaissances sur les probabilités dans des activités à prise d'initiatives</p> <p>Ressource éducol Inventer une règle du jeu (aborder les questions relatives au hasard à partir de problèmes simples ; calculer des probabilités dans un contexte de jeu)</p> <p>Ressource éducol Stratégie dans un jeu (calculer des probabilités dans un contexte simple, par exemple, évaluation des chances de gain dans un jeu et choix d'une stratégie)</p> <p>Ressource éducol Jeu équitable ? (calculer des probabilités dans un contexte simple, par exemple, évaluation des chances de gain dans un jeu et choix d'une stratégie)</p>	

Focus sur la séance 1 – Passer de « a chances sur b » à l'écriture $\frac{a}{b}$ et $0 < \frac{a}{b} < 1$

Phase 1 – Expression de la probabilité d'un événement en termes de chances

Le professeur demande aux élèves de répondre sur ardoise à la question suivante.

Énoncé

Voici une roue A que l'on pose à plat sur une table. On fait tourner la flèche et on regarde sur quelle couleur elle s'arrête.

Roue A



Quelle est la probabilité que la flèche tombe sur le secteur vert pour cette roue ?

La fiche élève est présentée en annexe 1.

Remarques

Les acquis du CM2 établissent que la probabilité est « 1 chance sur 4 » pour la roue A. L'élève peut donc réactiver ses connaissances. La roue A est une situation d'équiprobabilité.

Déroulé possible

Le professeur recense au tableau les différentes réponses (1 chance sur 4, $\frac{1}{4}$, 4, etc.) sans les commenter pour l'instant.

Phase 2 – Étude de la probabilité pour une roue A (situation d'équiprobabilité)

Institutionnalisation

Le professeur fait verbaliser la situation aux élèves pour aboutir, en co-construction, à une première partie d'institutionnalisation et complète la deuxième partie.

Exemple d'institutionnalisation possible

Partie co-construite

Dans cette situation, il y a 4 issues : bleu, rose, orange, vert. On a autant de chances de tomber sur chaque couleur. Chaque couleur a donc la même probabilité. Il y a donc 1 chance sur 4 d'obtenir la couleur verte.

Apport du professeur

On dira que la probabilité d'obtenir la couleur verte est de $\frac{1}{4}$. C'est un nombre.

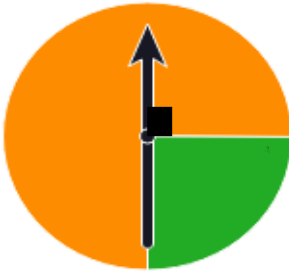
Quand on est dans une situation dans laquelle toutes les issues ont la même probabilité (on dit qu'elles sont équiprobables), on peut calculer la probabilité d'un événement en faisant le quotient

$$\frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre total de cas}}$$

Le professeur illustre cette institutionnalisation avec des exemples variés, et fait remarquer que le nombre obtenu en divisant (nombre de cas favorables) par (nombre total de cas) est toujours un nombre compris entre 0 et 1.

Phase 3 – Recherche de la probabilité pour une roue B à l'aide d'une modélisation numérique

Roue B



On s'intéresse maintenant à la roue B.

Le questionnement de la phase 1 est repris par le professeur.

Contrairement à la roue A, il ne s'agit pas d'une situation d'équiprobabilité. L'élève ne possède pas les connaissances pour déterminer la probabilité.

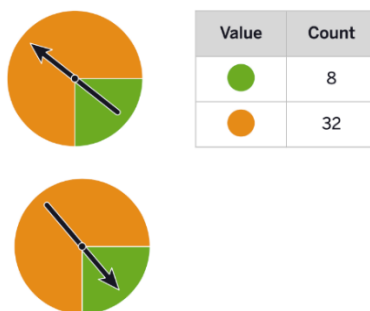
Si certains élèves peuvent avoir l'intuition que la probabilité est identique au cas de la roue A, la conception initiale qu'il y a un cas favorable sur 2, donc une probabilité de 1 chance sur 2, demeure. La condition d'équiprobabilité n'est pas encore intégrée.

Afin d'amener les élèves à approcher la valeur de la probabilité pour la roue B, le professeur met les élèves en binômes et leur propose donc l'activité suivante.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1		Binôme 1	Binôme 2	Binôme 3	Binôme 4	Binôme 5	Binôme 6	Binôme 7	Binôme 8	Binôme 9	Binôme 10	Total
2												
3												
4	TOTAL lancés											

Chaque binôme dispose d'un accès à internet puis utilise le lien qui renvoie vers [l'activité Proba 6°](#) de Polypad.

Il s'agit d'un lancé de roue réalisé avec le site [mathigon](http://mathigon.com) qui permet de comptabiliser le résultat de chaque lancé.



Après avoir réalisé 40 essais au total, les résultats des binômes sont collectés dans un tableur pour mettre en évidence que la proportion d'obtention du secteur vert s'approche de $\frac{1}{4}$ ce qui correspond à « 1 chance sur 4 ».

Le professeur amène les élèves à remarquer que la proportion d'obtention du secteur vert pour chaque binôme peut être différente (les écarts peuvent être importants). C'est en cumulant un grand nombre de résultats de lancés qu'on se rapproche de la valeur $\frac{1}{4}$.

Remarque

En cas de difficultés d'accès aux outils numériques, les 40 essais peuvent être anticipés et externalisés à la classe.

Le professeur fait également le lien entre le $\frac{1}{4}$ dont la fréquence s'approche et le fait que le secteur vert représente $\frac{1}{4}$ du disque. Un retour sur les conceptions initiales des élèves collectées est réalisé collectivement.

Remarque

Le choix d'une roue B avec le quartier vert positionné au même endroit que celui de la roue A est volontaire. Cette similarité permet de faciliter le redécoupage de la roue B et permet aux élèves avec l'aide du professeur de justifier la probabilité de $\frac{1}{4}$.

On pourra par exemple découper la partie orange en trois quartiers O_1 , O_2 et O_3 et se ramener à une situation d'équiprobabilité pour justifier que la probabilité d'obtenir vert est $\frac{1}{4}$.

Le professeur débat avec les élèves des résultats obtenus puis propose une institutionnalisation.

Exemple d'institutionnalisation

La probabilité d'un événement est un nombre entre 0 et 1. La formule vue précédemment dans une situation où les issues sont équiprobables, ne peut pas s'appliquer dans les autres cas. On remarque que quand on réalise une expérience un très grand nombre de fois, la fréquence d'un événement se stabilise et s'approche d'une valeur. Cette valeur est la probabilité de l'événement.

Focus sur la séance 2 – Faire vivre les différentes écritures d'une probabilité avec l'échelle de probabilités

Phase 1 – Positionnement d'événements sur une échelle de probabilité

Ce temps est un temps de reprise de notions travaillées en cours moyen.

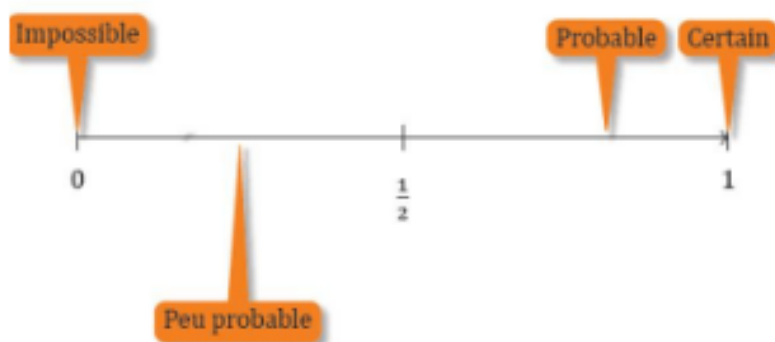
La fiche élève est présentée en annexe 2.

Les élèves complètent individuellement l'échelle de probabilité dans l'exercice suivant.

L'expérience consiste à lancer un dé à six faces, on s'intéresse aux événements :

- | | |
|---|---|
| a. « obtenir 7 ». | e. « obtenir 6 ». |
| b. « obtenir 2 ». | f. « obtenir un autre résultat que 5 ». |
| c. « obtenir un résultat pair ». | g. « obtenir un multiple de 3 ». |
| d. « obtenir un nombre inférieur à 7 ». | h. « obtenir 1 ou 2 ». |
| | i. « obtenir un diviseur de 10 ». |

Positionne chacun de ces événements sur l'échelle de probabilité ci-dessous :



La mise en commun donne lieu à des échanges argumentés, et permet de commencer à comparer les probabilités de différents événements.

Remarques

Deux événements différents peuvent avoir la même probabilité.

C'est aussi l'occasion de réactiver les notions de multiples, de diviseurs et de voir les connecteurs logiques « ou » et « et ».

Phase 2 – Manipulation de différentes écritures des probabilités

1^{re} partie

Les élèves travaillent par binômes. Ils disposent d'une boîte transparente et de billes bleues et orange en nombre suffisant. Ils disposent également d'une pile de cartes, faces cachées, sur lesquelles sont inscrits des nombres entre 0 et 1, bien choisis ($\frac{1}{3}$; 0,5, 75 %, ...), en écriture fractionnaire, décimale, ou en pourcentage, et de cartes vierges. Les nombres choisis doivent permettre à l'élève, à l'aide de 12 billes au total, de faire en sorte que la

probabilité de tirer une bille bleue corresponde à ce nombre. Il faut donc qu'en multipliant le nombre par 12, un nombre entier soit obtenu ($\frac{1}{3} \times 12 = 4$, donc 4 billes bleues par exemple).

L'élève A pioche une carte.

Sans montrer la carte à l'élève B, il doit placer 12 billes dans la boîte, de sorte que la probabilité de tirer une bille bleue soit égale au nombre inscrit sur la carte.

L'élève B reçoit la boîte. Il inscrit sur une carte vierge la probabilité de tirer une bille bleue dans la boîte reçue.

Les deux élèves confrontent les résultats inscrits sur les deux cartes, identifient d'éventuelles erreurs, justifient que deux écritures sont équivalentes...

Des exemples de cartes pour réaliser l'activité sont disponibles en annexe 3.

2^e partie

Les élèves travaillent maintenant individuellement.

Chacun dispose d'une boîte contenant 9 billes bleues et 3 billes orange. Il doit compléter la boîte en ajoutant des billes pour que la probabilité annoncée soit exacte.



- 1) Compléter la boîte pour que la probabilité de tirer une boule orange soit de $\frac{1}{2}$.
- 2) Compléter la boîte pour que la probabilité de tirer une boule orange soit de $\frac{2}{5}$.

Pistes interdisciplinaires

L'usage d'expression utilisant les probabilités est fréquent dans le quotidien. Il est donc intéressant que ces expressions et ces usages soient explicités aussi souvent que possible dans toutes les disciplines

Pour illustrer ce type d'usage, voici un exercice tiré de PISA à propos des tremblements de terre et de la fréquence à laquelle ils se produisent.

Un géologue a affirmé : « Au cours des vingt prochaines années, la probabilité qu'un tremblement de terre se produise à Zedville est de deux sur trois. »

Parmi les propositions suivantes, laquelle exprime le mieux ce que veut dire ce géologue ?

- a. Puisque $\frac{2}{3} \times 20 \approx 13,3$, il y aura donc un tremblement de terre à Zedville dans 13 à 14 ans à partir de maintenant.
- b. $\frac{2}{3}$ est supérieur à $\frac{1}{2}$, on peut donc être certain qu'il y aura un tremblement de terre à Zedville au cours des 20 prochaines années.
- c. La probabilité d'avoir un tremblement de terre à Zedville dans les vingt prochaines années est plus forte que la probabilité de ne pas en avoir.
- d. On ne peut pas dire ce qui se passera, car personne ne peut être certain du moment où un tremblement de terre se produit.

Piste d'évaluations diagnostique et sommative

En amont de la séquence, une évaluation diagnostique permet de vérifier les acquis du CM1 et du CM2.

L'évaluation sommative est également l'occasion de vérifier les acquis sur les différentes écritures des nombres.

Ressources (bibliographie, sitographie)

Site éducol [Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilités](#)

Journées de l'APMEP NANTES d'octobre 2017 : [Enseigner les probabilités au cycle 4](#)

Extrait de *In Annales de didactique et de sciences cognitives* (Vol. 5, pp. 37-65) Duval, R. (1993) [Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée.](#)

Proposition de séquence n° 2 – Définition de la proportionnalité entre deux grandeurs

Objectifs

- Connaître et formuler la définition de la proportionnalité entre deux grandeurs.
- Identifier si une situation relève ou non du modèle de la proportionnalité.
- Résoudre un problème de proportionnalité en choisissant une procédure adaptée (linéarité multiplicative, additive ou retour à l'unité).

Éléments de progression

Niveau	Progressivité
CM1	<ul style="list-style-type: none">• Identifier une situation relevant de proportionnalité• Mettre en œuvre des raisonnements fondés sur la propriété de linéarité pour la multiplication• Savoir résoudre un problème de proportionnalité
CM2	<ul style="list-style-type: none">• Identifier une situation de proportionnalité• Mettre en œuvre des raisonnements fondés sur la propriété de linéarité pour la multiplication et l'addition• Savoir résoudre un problème de proportionnalité à plusieurs étapes
6 ^e	<ul style="list-style-type: none">• Connaître la définition de la proportionnalité entre deux grandeurs et la mettre en lien avec des expressions de la vie courante• Identifier si une situation relève du « modèle » de la proportionnalité• Résoudre un problème de proportionnalité en choisissant une procédure adaptée : propriété de linéarité pour la multiplication ou l'addition, retour à l'unité• Représenter une situation de proportionnalité à l'aide d'un tableau ou de notations symboliques• S'initier à la résolution de problèmes d'échelles

Enjeux pédagogiques

Au cycle 3, la proportionnalité est un domaine à part entière. Cette notion s'inscrit dans la continuité du cycle 2 dans le cadre de la résolution de problèmes multiplicatifs. Les problèmes posés le sont tous dans le cadre des grandeurs et ne portent pas sur des suites de nombres hors contexte.

Au cours moyen, afin d'éviter le risque de développement d'automatismes ne s'appuyant pas sur le sens, les élèves n'utilisent pas de tableaux de proportionnalité. Les raisonnements sont formulés en langage naturel, à l'oral comme à l'écrit : « si j'achète 3 fois plus de pains aux raisins, alors je vais payer 3 fois plus. »

En classe de 6^e, La définition de la proportionnalité entre deux grandeurs est formalisée et reliée à l'utilisation d'expression du type « prix au kilo ». Celles-ci anticipent la notion de grandeur quotient qui sera

étudiée au cycle 4. Le coefficient de proportionnalité n'est pas défini, mais la définition de proportionnalité ainsi construite permettra ensuite de lui donner un sens. Les expressions du type : nombre de salades par m^2 , nombre de pages par minute, prix au kilo... sont explicitées en faisant réapparaître l'unité cachée : nombre de salades pour $1 m^2$, nombre de pages en 1 minute, prix pour 1 kilo, etc.

L'élève est sensibilisé au modèle de la proportionnalité. Il résout des problèmes qui en relèvent en utilisant la procédure la mieux adaptée aux nombres mis en jeu : linéarité multiplicative ou additive, retour à l'unité. Comme au cours moyen, il est encouragé à laisser apparaître à l'intérieur des calculs les unités des grandeurs manipulées.

Éclairages didactiques

Relation externe, relation interne

Arnaud Simard écrit ([Proportionnalité en CM2 et sixième](#), dans le Petit x n° 90 de 2012, p35-52) : « Dans une situation de proportionnalité liant deux grandeurs, la relation interne est celle qui lie les valeurs d'une même grandeur, la relation externe est celle qui lie les valeurs de grandeurs distinctes. »

Le vocabulaire « **relation externe** », « **relation interne** » ne doit pas parvenir aux élèves : c'est un outil de repérage pour l'enseignant, qui permet de désigner facilement deux procédures vraiment distinctes.

On appellera linéarité interne une relation de linéarité utilisée pour la relation interne et linéarité externe une relation de linéarité utilisée pour la linéarité externe.

Exemples à la page suivante.

Relation **interne** simple

1. Sachant que **4 stylos** coûtent **2,42 €**,
Combien coûtent **8 stylos** ?

→ Utilisation des **propriétés de linéarité interne** (2 fois plus de stylos, donc...)

Relation **externe** simple

2. Sachant que **4 stylos** coûtent **2 €**,
Combien coûtent **14 stylos** ?

→ Utilisation du **retour à l'unité** (1 stylo coûte ..., donc...) ou **linéarité externe** (2 est la moitié de 4, on cherche la moitié de 14)

Relation interne complexe

Relation externe complexe

3. Sachant que **4 stylos** coûtent **2,42 €**,
Combien coûtent **13 stylos** ?

→ Pas de procédure efficace simple

Relation interne simple

Relation externe simple

4. Sachant que **4 stylos** coûtent **2€**,
Combien coûtent **8 stylos** ?

→ Utilisation des **propriétés de linéarité interne ou externe**

Remarques

Dans ce dernier cas, les relations sont toutes les deux simples. Les deux procédures de calculs sont faciles. En conclusion de l'article de Petit x cité plus haut, Arnaud Simard précise la place du tableau de proportionnalité comme simple outil de réécriture : « L'idée est de baser largement l'apprentissage de la proportionnalité sur des contextes variés en insistant sur les propriétés de linéarité et de retour à l'unité. Ces deux techniques évoluant de front en fonction des contextes présentés (contextes à fort indice de proportionnalité). Le tableau de proportionnalité est alors considéré uniquement comme un outil pour réécrire l'énoncé et non pas comme une fin en soi (au moins jusqu'en fin de Sixième). »

« Les élèves doivent être confrontés à des situations qui relèvent de la proportionnalité et à d'autres qui n'en relèvent pas. L'objectif de la confrontation de ces types de situations de proportionnalité et de non proportionnalité est de créer du sens pour la notion elle-même. »

Source : A. Simart, Petit x n° 90

Démarche d'enseignement

Au regard des programmes du cycle 3, les élèves de CM1 et CM2 ont rencontré des situations de proportionnalité en lien avec la linéarité additive et multiplicative sur des relations internes et externes simples. En 6^e, il s'agit, en plus, de proposer aux élèves des situations où les relations internes et externes sont complexes et qui nécessitent le retour à l'unité.

La verbalisation occupe une place importante, permettant aux élèves de stabiliser le sens de la proportionnalité et d'appuyer les procédures et stratégies sur ce sens.

Le professeur veille à expliciter et à faire expliciter aux élèves les choix effectués et les stratégies mises en œuvre. Il identifie avec eux les stratégies valides, et compare les différentes stratégies en questionnant leur efficacité.

Les problèmes de proportionnalité peuvent être résolus sans recours à une représentation spécifique, en verbalisant et/ou en écrivant des phrases. Le recours à la représentation ne doit pas précéder le sens, et en particulier l'usage des tableaux de proportionnalité ne doit pas être trop précoce ni devenir systématique. Plusieurs outils permettent de représenter une situation de proportionnalité : tableau, flèches, parenthèses (qui anticipent la notation fonctionnelle). Lorsqu'il s'agit d'un tableau, le nom de chaque grandeur, accompagné de son unité, y figure explicitement. La recherche de données manquantes dans un tableau s'appuie sur le sens de la proportionnalité : l'élève verbalise les relations entre les mesures d'une grandeur (2 fois plus, 3 fois moins, etc.) ou s'appuie sur la constance d'une grandeur telle que « prix au kilo » ou « nombre de battements du cœur par minute » relevant du langage courant. Dans cette optique de compréhension du sens de la proportionnalité, notion essentielle dans la vie quotidienne et dans de nombreuses autres disciplines, la technique du « produit en croix » n'est pas au programme.

Déroulement de la séquence

Progression	Composante	Focus
En amont perlé sur plusieurs séances	<p>Les automatismes en lien avec la proportionnalité sont réactivés en amont de la séquence lors de rituels de classe : questions flashes, course aux nombres, exercices...</p> <ul style="list-style-type: none"> • Repérage des relations multiplicatives simples entre des nombres (double, quadruple, moitié, tiers, quart). • Association de manière automatique des expressions du type : « 4 fois plus grand, 4 fois plus petit, 5 fois plus, 5 fois moins » à une multiplication ou à une division. 	

Progression	Composante	Focus
Séance 1	<p>Définir la proportionnalité entre deux grandeurs</p> <ul style="list-style-type: none"> • Phase 1 - Appropriation de la méthode du retour à l'unité, identification du lien entre les deux grandeurs à partir d'un exemple résolu. • Phase 2 - Application directe et verbalisation de la méthode du retour à l'unité • Phase 3 - Institutionnalisation de la définition de la proportionnalité entre deux grandeurs 	Cf. focus séance 1.
Séance 2	<p>Savoir identifier si une situation relève du « modèle » de la proportionnalité</p> <ul style="list-style-type: none"> • Phase 1 - Identification d'une situation de proportionnalité sous forme de question flash • Phase 2 - Reconnaissance des situations de proportionnalité et de non proportionnalité à partir de situations de la vie courante • Phase 3 - Étude de situations qui semblent être proportionnelles 	Cf. focus séance 2
Séance 3	<p>Résoudre des problèmes de proportionnalité en choisissant une procédure adaptée</p> <p><i>Annexe 1</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Phase 1 - Calculs dans des situations de proportionnalité sous la forme d'un Vrai / faux • Phase 2 - Production d'un énoncé proposant une situation de proportionnalité à partir d'un corrigé d'exercice • Phase 3 - Résolution d'un problème complexe en lien avec les aires 	
Séance 4	<p>Mobiliser la proportionnalité pour résoudre des problèmes de la vie courante</p> <p>Ressource éducol mousse au chocolat (choisir une procédure)</p> <p>Ressource éducol Mathématiques et quotidien (utiliser la proportionnalité dans une tâche complexe)</p>	

Focus sur la séance 1 – Définir la proportionnalité entre deux grandeurs

Dans cette séance, il s'agit dans un 1^{er} temps de proposer une situation de proportionnalité résolue où les variables didactiques nécessitent de faire un retour à l'unité pour répondre à la question posée.

Ceci s'appuie sur les connaissances des élèves de cours moyen, en particulier la propriété de linéarité multiplicative tout en amenant les élèves à verbaliser le lien existant entre les deux grandeurs en jeu.

Après une application directe sur une situation similaire, l'institutionnalisation permettra de définir les cas pour lesquels deux grandeurs sont proportionnelles.

Phase 1 – Appropriation de la méthode du retour à l'unité, identification du lien entre les deux grandeurs à partir d'un exemple résolu.

Énoncé

Le professeur de mathématiques propose l'exercice suivant.

Une photocopieuse imprime quatre-vingt-dix pages en deux minutes.

- Combien de pages seront imprimées en trois minutes ?
- Quelles sont les deux grandeurs dans ce problème et quel lien y a-t-il entre elles ?

Voici ce qu'a écrit Julie sur sa copie. Sa réponse est juste. Peux-tu expliquer sa démarche ?

a.

	90 pages → 2 minutes	
÷ 2	45 pages → 1 minute	÷ 2
x 3	? pages → 3 minutes	x 3

45 pages \times 3 = 135 pages. En trois minutes, 135 pages seront imprimées.

- Les grandeurs sont le nombre de pages et le temps en minutes. Ces grandeurs sont proportionnelles, la photocopieuse imprime 45 pages par minute.

Remarque

L'utilisation de la flèche permet d'introduire une notation symbolique pour la proportionnalité (cf. programmes).

Déroulé possible

Les élèves travaillent individuellement et répondent à l'exercice, puis le professeur organise un échange en classe autour des solutions proposées. Il peut par exemple projeter au tableau différentes réponses d'élèves qu'il a sélectionnées en circulant dans la classe lors du temps de travail individuel et inviter les élèves à les comparer. : quelles explications manquent dans certaines solutions ? Les justifications sont-elles claires ? Peut-on les reformuler ?

Remarques

En proposant un exercice résolu, l'accent est mis sur la verbalisation de la méthode du retour à l'unité afin qu'elle soit accessible à tous. Cette modalité de travail peut faire l'objet d'une différenciation suivant les élèves.

Les autres stratégies verbalisées par les élèves sont également prises en compte, analysées, validées ou invalidées.

Un élève peut par exemple dire : 3 minutes, c'est 2 minutes + la moitié de 2 minutes. Donc on imprimera 90 pages + la moitié de 90 pages. Ce raisonnement est tout à fait correct, mais il est important de faire expliciter aux élèves qu'il se base sur la proportionnalité et comment le calcul se construit.

Phase 2 – Application directe et verbalisation de la méthode du retour à l'unité

Énoncé

Un robinet fuit, il perd 15 litres d'eau en 4 heures.

- Quel volume d'eau sera perdu en 7 heures ?
- Quelles sont les deux grandeurs dans ce problème et quel lien y a-t-il entre elles ?

À l'aide de la méthode de Julie, résous ce nouveau problème.

Déroulé possible

Lors de la correction de l'exercice, l'enseignant explique la nécessité d'un retour à l'unité : ici on ne sait pas trouver de raisonnement de linéarité simple permettant de passer de 4 heures à 7 heures. Il revient sur le sens de la proportionnalité en exhibant le nombre de litres par heure. Puis il propose une autre situation similaire (avec un prix au kilo par exemple) dans laquelle les élèves identifient les grandeurs en jeu et la situation de proportionnalité. Ils sont ainsi amenés à définir quand deux grandeurs sont proportionnelles.

L'enseignant reformule régulièrement que prix au kilo signifie prix pour 1 kilo, nombre de litres par heure signifie nombre de litres pour 1 heure. Il exhibe ainsi le 1 invisible, qui donne du sens au retour à l'unité.

Phase 3 – Institutionnalisation de la définition la proportionnalité entre deux grandeurs

À l'issue des activités précédentes, le professeur construit, en se basant sur les propositions des élèves et par un échange avec la classe, une pré-définition de la proportionnalité, puis leur fournit une définition complète, plus formelle, qu'ils notent dans leur trace écrite de cours. Par exemple : « Définition : deux grandeurs sont proportionnelles si, en multipliant les mesures de l'une par un même nombre non nul, on obtient les mesures de l'autre. »

La définition proposée s'appuie sur la relation externe (de la grandeur 1 vers la grandeur 2). Le coefficient de proportionnalité n'est pas défini, mais on prépare son introduction future en installant le sens.

Des exemples illustrent cette définition, le « même nombre non nul » y est exhibé en lui donnant du sens (c'est le prix d'1 stylo, le nombre de lapins par m², etc.).

Exemple

On peut lire sur une recette :

« Il faut 40 cL de lait pour faire 10 crêpes ».

Les deux grandeurs sont **la quantité de lait en cL** et **le nombre de crêpes**.

Pour trouver le lien entre elles, je cherche la quantité de lait pour faire **une** crêpe. Cette quantité est toujours la même (c'est pour cela qu'on a une situation de proportionnalité).

$40 \text{ cL} : 10 = 4 \text{ cL}$

Il faut prévoir **4 cL de lait par crêpe**, ou **4 cL de lait pour 1 crêpe**.

Si je veux préparer 12 crêpes, il faut $4 \text{ cL} \times 12 = 48 \text{ cL}$ de lait.

Focus sur la séance 2 – Savoir identifier si une situation relève du « modèle » de la proportionnalité

Dans cette séance, les élèves sont confrontés, par le biais d'activités variées, à des situations qui relèvent de la proportionnalité et à d'autres qui n'en relèvent pas. L'objectif de la confrontation de ces types de situations de proportionnalité et de non proportionnalité est de créer du sens pour la notion elle-même, en valorisant les caractéristiques d'une situation de proportionnalité.

Phase 1 – Identification d'une situation de proportionnalité sous forme de question flash.

Énoncé

Dans les situations suivantes, les grandeurs sont-elles proportionnelles ?

- Dans une papèterie, 2 cahiers coûtent 4 € et 3 cahiers coûtent 5 €.
- Prix de courgettes à 2,20 €/kg.
- 5 BD coûtent 49 € et 10 BD coûtent 98 €.
- Un verre de 200 ml de jus d'orange contient 17,6 g de sucre.
- À 4 ans, je chausse du 28 et à 14 ans, je chausse du 38.

Déroulé possible

Sur un temps court en début de séance, les questions sont projetées une à une et les élèves écrivent sur leurs cahiers leurs réponses.

Le professeur interroge ensuite des élèves pour qu'ils indiquent leur réponse et la justifient. Le professeur demande si d'autres stratégies de résolutions ont été employées. Les différentes stratégies sont évaluées par la classe : valable ou non ?

Exemples de stratégies sur la question a

Un élève répond que c'est une situation de proportionnalité. Le professeur lui demande d'expliquer ce que veut dire proportionnel dans ce cas. Il l'amène à verbaliser que le prix pour 1 cahier doit toujours être le même, puis l'interroge sur ce qui se passe dans la situation proposée : le prix pour 1 cahier est-il toujours le même ?

Différentes stratégies d'élèves



Ce n'est pas proportionnel car :

- dans le 1^{er} cas un cahier coûte 2 €, dans le 2^e cas, un cahier coûte environ 1,67 € ;
- les 2 premiers cahiers coûtent 2 € et le 3^e 1 €. Le prix pour 1 cahier n'est pas toujours le même ;
- si c'était proportionnel : si 2 cahiers coûtent 4 €, alors 3 cahiers coûtent 6 €.

On pourra faire remarquer aux élèves qu'il est fréquent que lorsque la quantité d'objets achetés augmente le prix à l'utilité diminue. Il s'agit de tarifs dégressifs donc de situations où « le modèle » de proportionnalité ne s'applique pas.

Phase 2 – Reconnaissance des situations de proportionnalité et de non proportionnalité à partir de situations de la vie courante

Afin que les élèves s'entraînent sur la capacité à identifier des situations de proportionnalité ou de non-proportionnalité, une série de photos est proposée aux élèves et ils doivent compléter en groupe le tableau suivant. Ce dispositif favorise les échanges entre pairs autour de situations de la vie quotidienne. Activité menée et décrite par Claire Lommé.

Exemple	Grandeur 1	Grandeur 2	Formulation du problème sous la forme d'une question	Situation de proportionnalité ?	
				Oui	Non
					
					

Phase 3 – Étude de situations qui semblent être proportionnelles

La proportionnalité est l'un des premiers domaines des mathématiques dans lequel les élèves sont confrontés à la notion de modèle mathématiques.

Il s'agit donc de les familiariser petit à petit avec cette démarche d'utilisation d'un modèle.

Parfois, le modèle de proportionnalité s'impose car la situation est basée sur une grandeur quotient constante (explicite ou implicite), par exemple le nombre de pages imprimées par minutes, ou le prix au kg.

Dans d'autres situations, on choisit un modèle de proportionnalité pour pouvoir résoudre le problème (par exemple, pour un exercice, on choisit un modèle de proportionnalité pour relier le bénéfice journalier d'un commerce et le nombre de clients par jour). Il faut alors s'interroger sur la pertinence de ce choix (par exemple par une confrontation des résultats au réel).

Enfin, certains types de problèmes semblent relever du modèle de proportionnalité mais celui-ci n'est en fait pas adapté. C'est le cas de problème de type affine ou encore les situations où on ajoute le même nombre à chacune des grandeurs. Il peut être difficile pour les élèves d'identifier que ces situations ne sont pas des modèles de proportionnalité, et pour le professeur de réussir à mettre en œuvre une séance pertinente mettant en évidence la non proportionnalité de situations qui pourraient sembler proportionnelles.

Exemple 1

La locomotive d'un train mesure 12 m de long.

Si 4 wagons sont accrochés à la locomotive, la longueur du train est de 52 m.

Si 8 wagons sont accrochés à la locomotive, quelle est la longueur du train ?

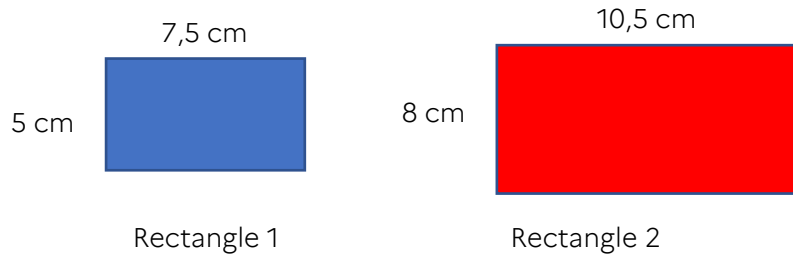
Remarques

Ici certains élèves vont considérer que la longueur du train est proportionnelle aux nombres de wagons et répondre 104.

Le passage par la représentation et /ou la verbalisation peut être une aide précieuse. Ainsi on fera formuler que le train 1 correspond à 1 locomotive + 4 wagons, et le train 2 à 1 locomotive + 8 wagons.

Exemple 2

Les dimensions du rectangle 1 et du rectangle 2 ci-dessous sont-elles proportionnelles ?

**Piste d'évaluation**

Une évaluation formative sur l'efficacité des procédures utilisées par les élèves peut permettre à ce stade d'envisager une remédiation si besoin.

Proposition de séquence n° 3 – Raisonnement illustré sur un exemple de géométrie : la médiatrice

Objectifs

- Connaître et utiliser la définition de la médiatrice d'un segment.
- Comprendre, connaître et appliquer sa propriété caractéristique.
- Utiliser le codage d'une figure pour en déduire des propriétés géométriques.
- Organiser les étapes d'un raisonnement déductif pour construire une preuve.

Éléments de progression

Niveau	Progressivité
CM1	<ul style="list-style-type: none">• Reconnaître et utiliser la notion de perpendicularité• Reconnaître et utiliser la notion de parallélisme• Reproduire et construire un carré, un rectangle, un triangle, un triangle rectangle ou un cercle ou des assemblages de ces figures [...] avec une règle graduée, une équerre ou un compas
CM2	<ul style="list-style-type: none">• Reconnaître et nommer les figures suivantes en s'appuyant sur leur définition : triangle, triangle rectangle, triangle isocèle, triangle équilatéral, quadrilatère, carré, rectangle, losange, trapèze, trapèze rectangle, pentagone et hexagone• Construire une figure géométrique composée de segments, de droites, de polygones usuels et de cercles• Élaborer un programme de construction• Comprendre la différence entre une définition et une propriété, justifier sa réponse en s'appuyant simultanément sur les propriétés de la figure et sur les définitions des figures usuelles (explicité comme exemple de réussite)
6 ^e	<ul style="list-style-type: none">• Favoriser le développement du raisonnement logique et de la pensée déductive• Connaître la définition de la médiatrice d'un segment• Comprendre et utiliser la propriété caractéristique de la médiatrice d'un segment• Résoudre des problèmes en s'appuyant sur la propriété caractéristique de la médiatrice

Enjeux pédagogiques

Cette séquence vise principalement, dans le cadre d'un travail dans le domaine de la géométrie, à développer chez les élèves la compétence « raisonner », l'une des six composantes majeures de l'activité mathématique.

Lors de cette séquence, le triptyque « Manipuler, Représenter, Abstraire », toujours essentiel pour la construction de nouveaux savoirs mathématiques, s'articule donc avec des activités engageant le raisonnement et l'argumentation.

L'enjeu est d'amener les élèves à comprendre et mettre en œuvre le raisonnement déductif. Il s'agit d'aboutir à une conclusion en combinant des définitions, des propriétés et des règles logiques. La formalisation des raisonnements n'est pas un enjeu de la classe de 6^e. Elle s'appuie sur une progressivité adaptée et peut être un élément de différenciation. Le professeur veillera à éviter toute rédaction stéréotypée. Il s'agit pour l'élève d'élaborer et de structurer sa pensée en respectant les règles du raisonnement, et de chercher à communiquer son raisonnement, à l'écrit ou à l'oral, pour le rendre compréhensible par tous et convaincant grâce à la robustesse de son argumentation. Ainsi, si la conception d'une preuve relève de la compétence « raisonner », sa rédaction et sa communication s'inscrivent davantage dans la compétence « communiquer ». En 6^e le travail sur le raisonnement prévaut. La rédaction ne s'inscrit donc pas dans un trop grand formalisme ou des formats stéréotypés.

Les activités proposées s'appuient sur des définitions et des propriétés, et favorisent la construction progressive, par l'élève, de preuves simples afin de développer sa pensée logique et déductive, en lien avec les attendus du cycle 3.

La progression est conçue pour être explicite :

1. manipuler et construire : les élèves réalisent des constructions géométriques ;
2. observer et s'approprier : ils identifient des propriétés dans leur environnement proche ;
3. automatiser et verbaliser : des activités permettent de s'approprier les propriétés et de les reformuler ;
4. prouver et débattre. Les élèves construisent des preuves et confrontent leurs idées lors d'échanges argumentés.

Cette démarche permet de travailler conjointement les compétences mathématiques « raisonner » et « communiquer », tout en développant la compétence sociale « communiquer de façon constructive ».

Éclairages didactiques

Les termes de définitions, propriété et propriétés caractéristiques apparaissent dans les programmes de mathématiques. Il ne s'agit pas avec les élèves de définir ces termes formellement, mais il faut néanmoins les amener petit à petit à comprendre ce qu'est définir un objet mathématique, et quelle est la différence entre une propriété et une propriété caractéristique.

Définition – Propriété – Propriété caractéristique

Une **définition** est une affirmation qui consiste à donner un nom aux objets vérifiant certaines propriétés ; elle se formule généralement en employant le verbe être. La définition d'un objet géométrique fait référence à des objets ou des relations déjà connus.

Par exemple, dans le programme de 6^e, on trouve la définition suivante : **la médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire au segment passant par son milieu.**

Une **propriété** d'un certain type d'objets précise des éléments vérifiés par l'ensemble des objets de ce type, mais ces éléments peuvent aussi être vérifiés par des objets d'un autre type. Les propriétés ne permettent pas de dire qu'un objet donné est d'un certain type, mais elles peuvent permettre de dire qu'il n'est pas d'un certain type.

Par exemple, « avoir ses côtés opposés de même longueur » est une propriété du rectangle

Une **propriété caractéristique** permet d'établir la nature d'une figure à l'aide d'éléments autres que ceux de sa définition. Elle peut utiliser une formulation du type « Si... alors... » ou le verbe être.

Par exemple, « si un quadrilatère a ses diagonales qui sont de même longueur et qui se coupent en leur milieu, alors c'est un rectangle » est une propriété caractéristique du rectangle.

Dans le programme de 6^e, on trouve la propriété caractéristique suivante.

La médiatrice d'un segment est l'ensemble des points équidistants des extrémités de ce segment.

De la géométrie perceptive vers la géométrie du raisonnement

Pour les élèves, le passage de la géométrie perceptive à la géométrie du raisonnement est délicat et doit s'appuyer sur des situations-problèmes qui illustrent la force et la nécessité du raisonnement.

En géométrie, les élèves peuvent rencontrer deux types de difficultés liées à la perception : penser ce qui n'est pas visible (une droite non tracée par exemple), et penser juste même lorsque le visible induit en erreur (figures à main levée erronées par exemple).

De plus, la construction et le raisonnement sont étroitement liés. La construction est un point d'appui à l'élaboration du raisonnement, et parallèlement, la réalisation de certaines constructions nécessite un raisonnement préalable.

La **géométrie mentale** est l'un des dispositifs pédagogiques permettant de lier le raisonnement à la représentation. Cette activité se met en place sur le modèle du calcul mental. Un court temps est utilisé pour proposer des constructions à effectuer, à main levée, sur l'ardoise.

Selon Jean-Luc Bregeon, la géométrie mentale répond à de nombreux objectifs.

- Permettre de se représenter mentalement une figure géométrique sans être arrêté par la manipulation des instruments.
- Utiliser le vocabulaire géométrique dans de nombreuses situations.
- Favoriser la liaison entre la description d'une figure et sa représentation graphique.
- Montrer l'intérêt du tracé à main levée pour représenter une figure géométrique et en percevoir les propriétés.
- Permettre une prise de conscience des propriétés des figures.
- Favoriser les échanges et l'argumentation.
- Comprendre qu'il y a parfois plusieurs interprétations valides.
- Prendre conscience des propriétés et de la nécessité de leurs codages.

D'après *[l'Interview](#)* de Frédéric Castel expliquant le dispositif et ses plus-values.

Remarque

Il est possible de travailler la géométrie mentale sous forme d'automatismes, par exemple en projetant des figures codées et en demandant quelles en sont la nature.

Déroulement de la séquence

Prérequis

Au cycle 3, les élèves poursuivent l'acquisition des connaissances des figures de références et des relations géométriques lors de descriptions, de constructions et de résolutions de problèmes.

Le professeur veille à réactiver les connaissances en amont par exemple lors de questions flashes pour faciliter l'engagement dans la tâche.

Progression	Composante	Focus
Séance 1	<p>Découverte de la médiatrice et de ses propriétés</p> <ul style="list-style-type: none"> • Phase 1 - Définition et construction de la médiatrice d'un segment Définir la médiatrice d'un segment. Rédiger un programme de construction avec règle graduée et équerre. • Phase 2 - Utilisation de la définition sur différentes constructions Annexe 1 • Phase 3 - Propriétés de symétrie et d'équidistance Annexe 2 Observation grâce à un pliage du fait que la médiatrice d'un segment est un axe de symétrie de ce segment. (Pliage 1) Détermination de la médiatrice d'un segment par pliage. (Pliage 2) Observation de l'équidistance (pliage 3) Si un point est sur la médiatrice d'un segment, alors il est équidistant de ses extrémités. Institutionnalisation de la propriété 	
Séance 2	<p>Appropriation de la propriété caractéristique de la médiatrice</p> <ul style="list-style-type: none"> • Phase 1 - Mise en évidence que tout point situé à égale distance des extrémités d'un segment appartient à la médiatrice • Phase 2 - Institutionnalisation de la propriété caractéristique de la médiatrice d'un segment • Phase 3 - Mobilisation de la définition ou de la propriété caractéristique Géométrie mentale et questions flashes (<i>annexes 3 et 4</i>) 	Cf. focus Séance 2
Séance 3	<p>Entraînement sur la connaissance et l'utilisation de la définition et de la propriété caractéristique de la médiatrice d'un segment</p> <ul style="list-style-type: none"> • Phase 1 - Automatisation / Réinvestissement : repérage d'information sur une figure codée • Phase 2 - Débat autour d'affirmations sur une figure codée (<i>annexes 5 et 6</i>) • Phase 3 - Élaboration d'un programme de construction de la médiatrice d'un segment au compas • Pour conclure - Retour réflexif sur la séance 	Cf. focus séance 3

Progression	Composante	Focus
<p>Séance 4 (Peut être réalisée en réactivation plus tard dans l'année)</p>	<p>Transfert de la définition et de la propriété caractéristique de la médiatrice pour résoudre des problèmes (annexe 7)</p> <ul style="list-style-type: none"> • En anticipation si besoin : questions flashs pour réactiver les connaissances relatives aux propriétés des droites parallèles et perpendiculaires, aux triangles, à la médiatrice d'un segment. • Phase 1 - Compréhension de l'énoncé en vue d'une construction de figure • Phase 2 - Élaboration d'une preuve • Pour conclure - Mise en commun et retour réflexif 	
<p>Séance 5 (Peut être réalisée en réactivation plus tard dans l'année)</p>	<p>Régionnement du plan (Annexe 8)</p>	

Observation et évaluation

La compétence « raisonner » est mobilisée dans tous les domaines mathématiques.

Elle est évaluée régulièrement et indépendamment de la compétence « communiquer », c'est-à-dire sans exiger de formalisme de rédaction.

Les évaluations pourront être de différents types : questions flashs, QCM, tâches intermédiaires et résolution de problèmes. Elles permettront d'aider les élèves à identifier leurs réussites, leurs progrès et leurs besoins pour permettre au professeur d'adapter ses séances d'enseignement afin d'encourager chaque élève à s'engager et à progresser dans le but de développer son raisonnement logique et la pensée déductive.

Focus sur la séance 2 – Appropriation de la propriété caractéristique de la médiatrice

Piste d'évaluation diagnostique

En amont, on vérifiera la maîtrise des notations géométriques lors d'une évaluation diagnostique.

Phase 1 – Mise en évidence que tout point situé à égale distance des extrémités d'un segment appartient à la médiatrice

L'activité est réalisée dans la cour de l'établissement ou dans un autre espace (patio, gymnase, etc.). Le temps imparti est d'environ 15 minutes et est annoncé aux élèves. Il ne faut pas laisser l'activité extérieure s'éterniser car on risque ensuite une dispersion et une perte de vue de l'objectif.

Le professeur anticipe la mise à disposition possible de matériel comme des cordes pour comparer des longueurs, des décamètres pour mesurer, des craies pour marquer.

Les élèves sont répartis par groupes de 6 ou 7.

Pour chaque groupe, le professeur a identifié dans la cour deux positions de départ D_1 et D_2 qu'il a matérialisé par des plots.

Il présente la situation suivante aux élèves :

Le professeur d'EPS souhaite organiser une activité de rapidité.

Pour celle-ci, deux élèves se défient pour récupérer un objet placé au sol. Les deux élèves partent en même temps des deux positions de départ identifiées.

Le professeur souhaite marquer d'une croix des positions possibles pour l'objet afin que le défi soit équitable.

Exemples de coups de pouces aux élèves

- 1- Le professeur se positionne en dehors de la médiatrice et demande au groupe si sa position répond au problème. Il s'agit de faire formuler la nécessité de l'équidistance.
- 2- Le professeur invite les élèves à essayer de se positionner à égale distance des deux plots. Ils peuvent procéder par essai-erreur.
- 3- Si les élèves déterminent que le milieu est une position possible et pense que c'est la seule, le professeur les invite à rechercher s'il existe d'autres solutions.

Le professeur ne valide pas les propositions des différents groupes pendant le temps d'activité extérieure.

Au retour en classe, individuellement, les élèves représentent sur feuille blanche la situation et les éléments de réponses trouvés en groupes.

Le professeur projette à l'aide d'un visualiseur ou affiche au tableau différentes propositions d'élèves qu'il a sélectionnées afin de permettre un débat et la construction d'une réponse collective complète.

La représentation de la situation au retour en classe est un enjeu de réussite de l'activité et devra faire l'attention d'un accompagnement, notamment pour les élèves les plus fragiles.

Remarque

La première question que vont devoir se poser les groupes d'élèves est l'interprétation de la demande d'avoir une « situation équitable ». En effet, dans le contexte du défi sportif, on sous-entend que la distance doit être la même pour les joueurs de chaque équipe.

La situation est construite pour être mise en œuvre dans la cour mais elle pourrait également être modélisée à l'aide de jetons en classe afin de permettre à tous les élèves de visualiser la situation.

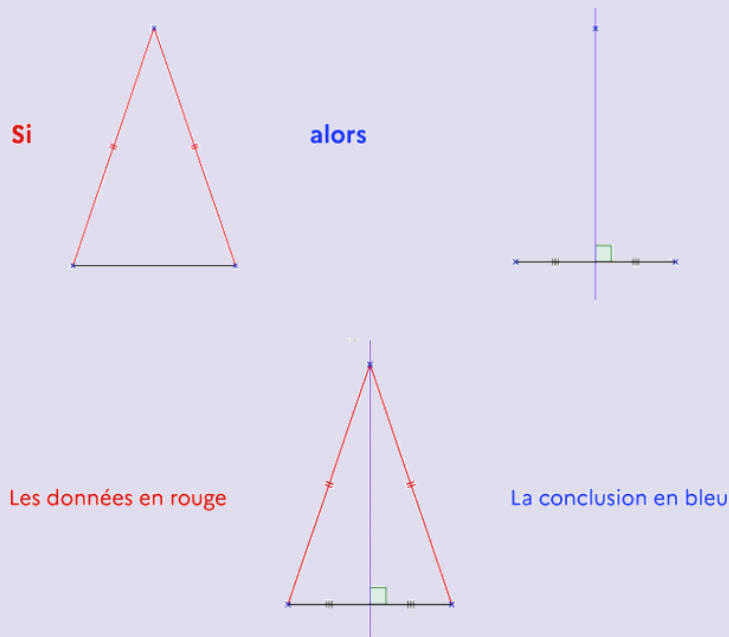
Néanmoins la mise en place dans la cour permet aux élèves d'appréhender par le corps et les mouvements la notion d'équidistance. Cela constitue un déclic pour certains élèves en difficulté avec l'abstraction.

Phase 2 – Institutionnalisation de la propriété caractéristique de la médiatrice d'un segment

Une trace écrite est élaborée. Elle vient compléter les éléments de la séance 1. Elle pourra prendre la forme suivante :

Propriété

Si un point est à égale distance des extrémités d'un segment, alors il appartient à la médiatrice de ce segment.



Remarque

Lors de la séance 1, les élèves ont appris que si un point est sur la médiatrice d'un segment, alors il est à égale distance des extrémités de ce segment.

Le professeur leur fait donc remarquer que l'on a écrit la propriété « dans l'autre sens » (la réciproque). Il verbalise le fait que cette propriété caractérise les points de la médiatrice d'un segment. Ainsi il pourra préciser par exemple : « Un point qui est sur la médiatrice d'un segment est à égale distance des extrémités de ce segment. Un point qui n'est pas sur la médiatrice n'est pas à égale distance des extrémités de ce segment. »

« Si on prend tous les points qui sont à égale distance des extrémités d'un segment, on a la médiatrice de ce segment »

La trace écrite est complétée

Propriété caractéristique

La médiatrice d'un segment est l'ensemble des points équidistants des extrémités de ce segment.

Phase 3 – Mobilisation de la définition ou de la propriété caractéristique

Le professeur réalise ces activités entièrement ou partiellement. Il peut choisir de poser certaines questions lors des cours suivants.

Activité 1 – Géométrie mentale

Le professeur explique le déroulé de l'activité aux élèves.

Consignes

- La figure demandée sera réalisée à main levée et sans instrument.
- La consigne va être lue deux fois avec un moment de silence entre les deux.
- Vous ne pourrez commencer le tracé qu'à mon signal.

Dans un premier temps, les élèves utilisent leur ardoise pour réaliser la figure demandée.

Dans un deuxième temps, en utilisant s'ils le souhaitent le cahier de cours qu'ils ont à leur disposition, ils identifient la définition ou une des propriétés vues précédemment pour justifier la construction.

Exemples de situation :

Figure 1 - Tracer la médiatrice d'un segment $[AB]$.

Remarques

Il est recommandé au professeur de : faire verbaliser la définition de la médiatrice par les élèves ; mettre en avant la diversité des figures à partir d'une même consigne et en particulier les segments non horizontaux ; préciser l'importance des codages pour l'identification des caractéristiques d'une figure.

Figure 2 - Tracer un segment $[ST]$. Construire tous les points équidistants des points S et T.

Remarque

Les élèves verbalisent la propriété à la demande du professeur : si un point est à égale distance des extrémités d'un segment, alors il appartient à la médiatrice de ce segment.

Figure 3 - Tracer une droite (d) . Placer un point A qui appartient à (d) et un point B qui n'appartient pas à (d) . Construire le point C équidistant des points A et B et qui appartient à (d) .

Remarques

Le professeur explicite que le point recherché est l'intersection de la médiatrice de $[AB]$ et de la droite (d) . Il fait verbaliser la propriété par les élèves : si un point est sur la médiatrice d'un segment, alors il est équidistant de ses extrémités

Activité 2 – Questions flashes

Quelques questions peuvent être posées en fin de séance et/ou en début de séance suivante.

Des figures sont projetées. Les élèves répondent et identifient la définition ou la propriété appropriée qui permet de justifier leur réponse. (Voir **annexe 3**)

Remarque

Les questions flashes sont l'occasion d'effectuer une évaluation formative et permettent un retour immédiat sur les réussites ainsi que les difficultés rencontrées par les élèves.

Les questions flashes peuvent être ponctuellement le point de départ d'un travail sur le raisonnement. Ainsi, on pourra par exemple faire travailler les élèves sur l'élaboration ou l'utilisation d'un déductogramme

Une utilisation de déductogramme est présentée en **annexe 4**.

Focus sur la séance 3 – Entraînement sur la connaissance et l'utilisation de la définition et de la propriété caractéristique de la médiatrice d'un segment

Phase 1 – Automatisation /réinvestissement du repérage d'information sur une figure codée

Cette activité permet de poursuivre le travail de justification amorcé précédemment.

Les énoncés sont proposés sous une forme de questions flashes. Les élèves répondent sur ardoise par Vrai ou Faux. Le professeur peut choisir de proposer l'exercice 1 ou l'exercice 2.

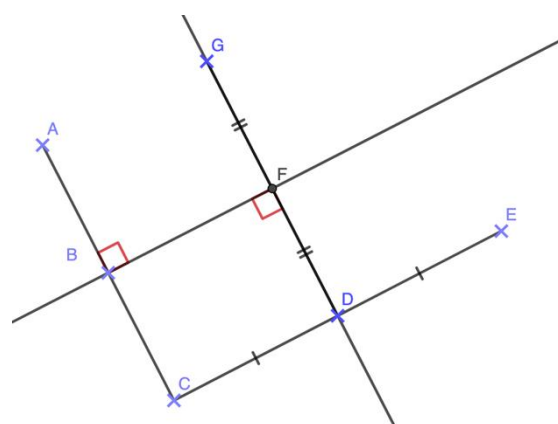
Lors de la mise en commun, les élèves doivent justifier à l'oral leurs choix en s'appuyant sur le cours.

Ici les figures composées amèneront les élèves à développer leur capacité d'observation en prélevant les informations nécessaires.

Exercice 1

Répondre par **vrai** ou **faux**.

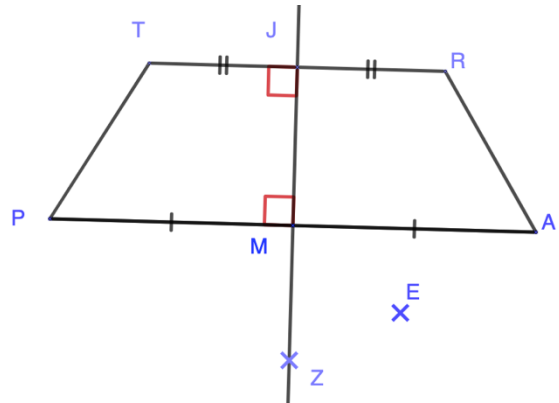
- La droite (BF) est la médiatrice du segment [DG].
- La droite (GD) est la médiatrice du segment [CE].
- La droite (BF) est la médiatrice de la droite (GD).
- La droite (BF) est la médiatrice du segment [AC].
- Le point G est équidistant des points C et E.
- Le point B est équidistant des points G et D.



Exercice 2

Répondre par **vrai** ou **faux**.

- M est le seul point équidistant de P et A.
- (ZM) est la médiatrice de [PA].
- E est plus proche de P que de A.
- TM = MR.
- (PA) est la médiatrice de [Z].
- TRAP est un trapèze.



Phase 2 – Débat autour d'affirmations sur une figure codée

L'enseignant distribue aux élèves l'énoncé suivant (annexe 5).

Voici un échange au sujet de la figure ci-contre.

Marc : Les points D, F, E et C sont alignés.

Julie : Seulement les points D, F et C sont alignés

Kevin : Avec la règle, la droite (DC) ne passe pas par le point F.

Qui a raison ? Justifier.

Organisation du débat

Afin d'inviter les élèves à fonder leurs débats sur des arguments mathématiques (vérité) et non sur leur force de conviction (opinion), le professeur propose aux élèves l'utilisation d'un déductogramme. Des exemples de déductogrammes sont proposées en **annexe 4**.

- 1) Temps individuel.
- 2) Regroupement par groupes de 4 élèves avec des avis différents.

Dans chaque groupe, les élèves échangent, confrontent leurs points de vue, argumentent. Des étiquettes préparées à l'avance peuvent être collées sur une affiche (par exemples des étiquettes rouges avec les définitions et propriétés mobilisables et des étiquettes bleues avec des données) permettant ainsi un support au raisonnement.

- 3) Chaque groupe produit une réponse commune au groupe (par exemple sous forme d'affiche)
- 4) Quelques affiches sont présentées devant la classe et validées ou invalidées collectivement.

Pour valider ou invalider les propositions, on doit montrer que les points D, F et C sont sur la médiatrice de [AB]. Les élèves donnent des arguments à l'oral. Le professeur organise ensuite le travail pour élaborer la preuve.

Le professeur peut réaliser le travail au tableau grâce à des échanges menés avec la classe. Il peut par exemple réutiliser des étiquettes préparées à l'avance et accrochées au tableau.

Remarque

Le débat permet de développer l'esprit critique ainsi que les compétences psychosociales.

Phase 3 – Programme de construction de la médiatrice au compas

L'enseignant demande aux élèves de reproduire la figure de l'énoncé sur leur cahier.

On fait émerger la nécessité d'utiliser le compas pour la construction de triangles isocèles.

La construction peut être terminée à la maison.

Lors de la séance suivante, un point sur la correction est réalisé et amène à l'institutionnalisation de la construction de la médiatrice au compas. Un support vidéo peut être proposé.

Retour réflexif sur la séance 3

L'enseignant conclut en faisant rappeler ce qui a été appris par les élèves au cours de la séance : définition, propriétés, codage pour raisonner et justifier, mise en évidence de l'importance de l'observation des figures. Il explicite que les propriétés ont permis de découvrir une nouvelle méthode de construction de la médiatrice à la règle et au compas. Puis il annonce que cette phase d'entraînement a permis un début de mémorisation, et que ce travail sera poursuivi par des temps de mémorisation en classe lors des prochaines séances

Pistes interdisciplinaires

En amont, des séances de compréhension de texte peuvent être mises en place en français :

- travailler les inférences ;
- prélever les informations nécessaires et les mettre en relation.

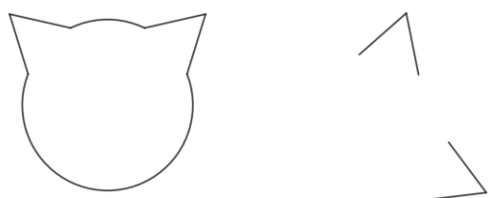
La rédaction des preuves peut être menée conjointement avec le professeur de français qui pourra souligner l'importance de la syntaxe d'une phrase.

Prolongement possible de la séquence

Une activité de restauration **de figures** peut faire l'objet d'une sixième séance de réactivation ou être réalisée plus tard dans l'année.

La restauration de figure est une activité qui se base sur le fait de devoir compléter une figure cachée ou en partie effacée. Elle permet de travailler sur les propriétés géométriques des figures et d'aborder différents niveaux de visions (surfaces, lignes ou points).

Exemple



Ici pour compléter la tête du chat, il faut trouver le centre du cercle en s'appuyant sur les médiatrices de deux cordes. Une amorce de taille différente du modèle peut être proposé pour éviter une construction en tâtonnant.

Ressources complémentaires

Document de l'IGÉSR : [Les six compétences mathématiques](#).

Ressources sur la restauration de figures :

- [Site Léa-IFÉ](#) de l'académie de Lille
- Résumé des Journées APMEP Grenoble, 24 octobre 2011 : [Vers une progression cohérente de l'enseignement de la géométrie plane du CP à la fin du collège](#).