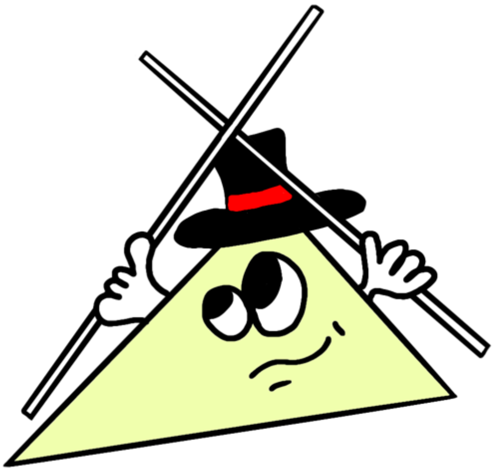
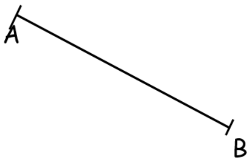
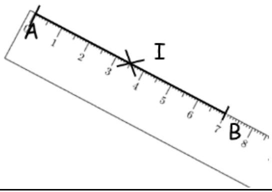
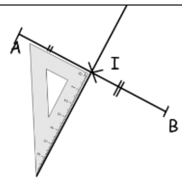


Médiatrices du triangle

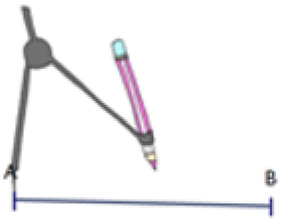
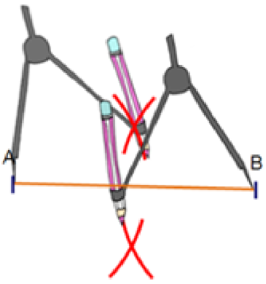
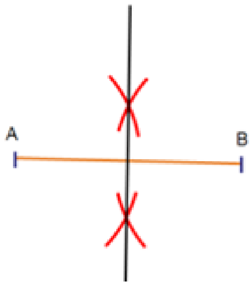
Définition (rappel) : La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu.

Méthode de construction n°1 : à l'aide de la règle graduée et de l'équerre

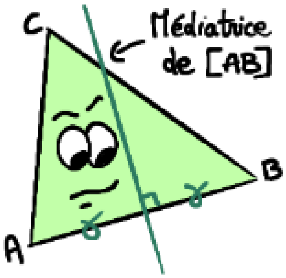
		
Pour tracer la médiatrice du segment [AB].	On place I le milieu du segment à l'aide de la règle graduée. On code.	On trace la perpendiculaire à [AB] passant par I. On code.

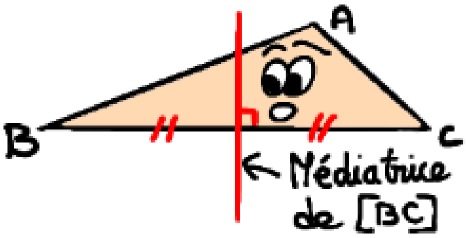
Propriété caractéristique : La médiatrice d'un segment est l'ensemble des points à égale distance des extrémités de ce segment.

Méthode de construction n°2 : à l'aide du compas et de la règle non graduée

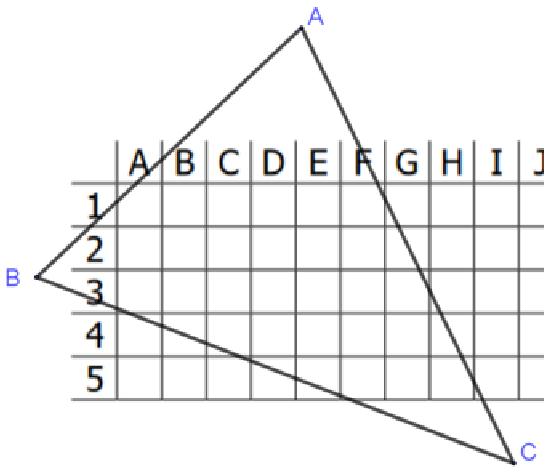
		
Pour tracer la médiatrice du segment [AB], on prend un écartement de compas plus grand que la moitié du segment. On ne mesure pas le segment, on choisit cet écartement « à vue d'œil ».	On trace deux arcs de cercle de centre A et B, de même rayon. On obtient un premier point à l'intersection de ces arcs. On recommence, de préférence de l'autre côté du segment pour la précision. On a deux points équidistants de A et de B.	On trace la droite qui passe par ces deux points. C'est la médiatrice du segment [AB]. On code la figure.

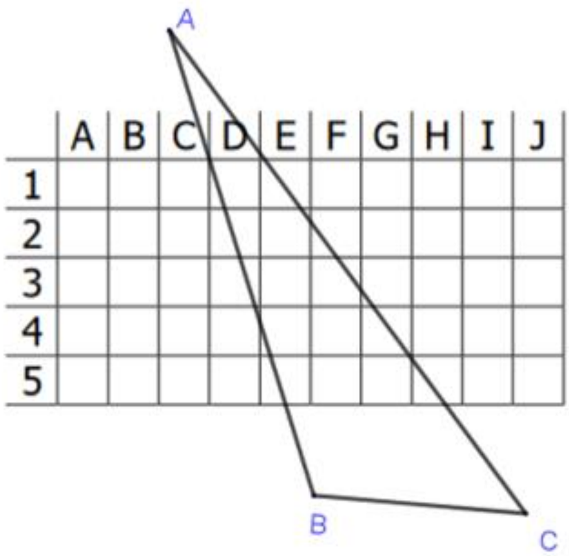
Les médiatrices d'un triangle sont les médiatrices des trois côtés de ce triangle.





Activité : Trace les 3 médiatrices de ces triangles. Que remarques-tu ?





(Réponse : les 3 médiatrices sont concourantes. On trouve le point de concours du premier triangle en E3 et du deuxième en H1). Si on trace le cercle ayant pour centre le point de concours des médiatrices, passant par l'un des sommets du triangle : ce cercle passe par les 3 sommets. On l'appelle le cercle circonscrit au triangle.

Propriété : Les médiatrices d'un triangle sont concourantes. Leur point de concours est le centre d'un cercle passant par les 3 sommets du triangle.

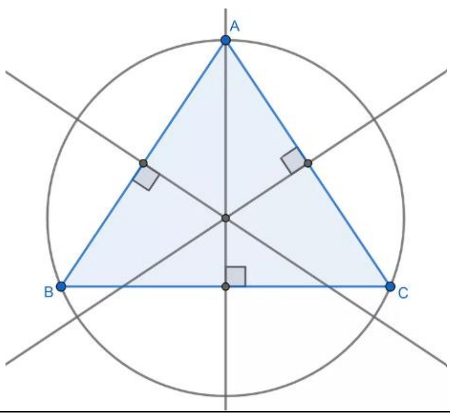
Démonstration :

Soit ABC un triangle non aplati.

- Notons (d_1) et (d_2) les médiatrices des côtés respectifs [AB] et [BC].

(d_1) et (d_2) sont sécantes car si elles étaient parallèles, [AB] et [BC] seraient parallèles. Le triangle ABC serait donc un triangle aplati, ce qui est absurde.

Notons O le point d'intersection de (d_1) et (d_2).

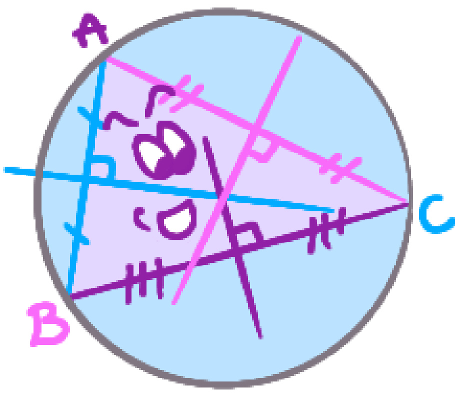


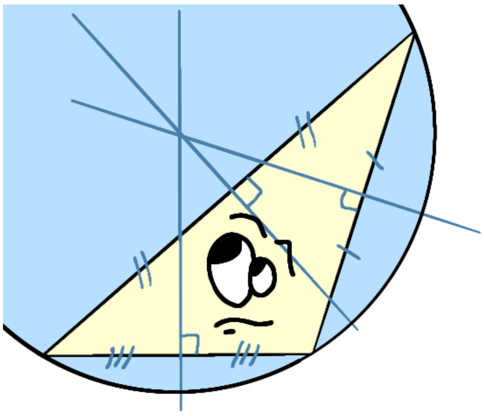
D'après la propriété « tout point de la médiatrice d'un segment est équidistant des extrémités de ce segment », on peut conclure que :
OA = OB car O appartient à (d_1) et OB = OC car O appartient à (d_2)
Donc on a l'égalité OA=OB=OC et en particulier OA = OC
Or « tout point équidistant des extrémités d'un segment appartient à la médiatrice de ce segment ».
Donc O appartient à la médiatrice du segment [AC].
Donc O est le point de concours des 3 médiatrices du triangle ABC.

- Deuxième partie :

Comme OA=OB=OC, les points A, B et C appartiennent au cercle de centre O passant par A d'après la définition d'un cercle.
O est donc le centre d'un cercle passant par les 3 sommets du triangle ABC.

Ce point de concours peut être soit à l'intérieur du triangle, soit à l'extérieur du triangle.





Définition : Le cercle ayant pour centre le point de concours des 3 médiatrices d'un triangle et passant par les 3 sommets de ce triangle s'appelle le cercle circonscrit au triangle.

Classe Genially