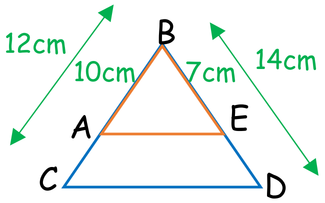
Droites parallèles ?

Contraposée du théorème de Thalès pour prouver que des droites ne sont pas parallèles

On a déjà utilisé le théorème de Thalès pour calculer des longueurs de côtés de triangle, dans le cas particulier où deux triangles sont emboîtés.
Nous allons utiliser la contraposée du théorème de Thalès pour prouver que des droites ne sont pas parallèles (pour revoir ce qu'est une contraposée, reporte-toi au cours « rectangle ou pas ? »).

Exemple corrigé 1 : BCD est un triangle. A appartient à [CB] et E appartient à [DB].
Démontrer que les droites (AE) et (CD) ne sont pas parallèles.
Données numériques : BA = 10cm ; BC = 12cm ; BE = 7cm ; BD = 14cm

	On fait un schéma codé en repassant chacun des triangles emboîtés de couleurs différentes.
$\frac{BA}{BC} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$ et $\frac{BE}{BD} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ Donc $\frac{BA}{BC} \neq \frac{BE}{BD}$.	On calcule séparément $\frac{BA}{BC}$ et $\frac{BE}{BD}$.
Les quotients n'étant pas égaux, d'après le théorème de Thalès, les droites (AE) et (CD) ne sont pas parallèles.	On conclut (on utilise en fait la contraposée du théorème de Thalès).

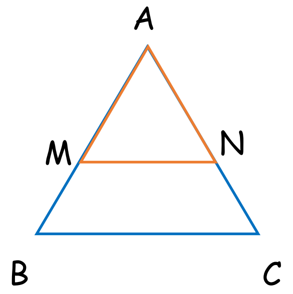
Application : Dans le triangle DEB, C appartient à [DE] et A appartient à [EB]. Démontrer que les droites (AC) et (BD) ne sont pas parallèles.
Données numériques : EC = 2,4cm ; ED = 10cm ; EA = 3cm ; EB = 12cm

Réciproque du théorème de Thalès pour prouver que des droites sont parallèles

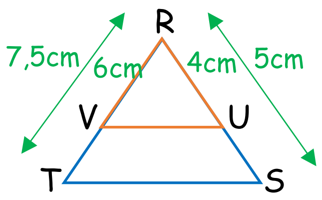
Réciproque du théorème de Thalès : Dans un triangle ABC, si :

- $M \in [AB]$
- $N \in [AC]$
- $\frac{\mathrm{AM}}{\mathrm{AB}} = \frac{\mathrm{AN}}{\mathrm{AC}}$
- les points A, M, B d'une part et A, N, C d'autre part sont **alignés dans le même ordre**

alors les droites (MN) et (BC) sont parallèles.



Exemple corrigé 2 : RST est un triangle. U appartient à [RS] et V appartient à [RT]. Démontrer que les droites (UV) et (ST) sont parallèles.
Données numériques : RU = 4cm ; RS = 5cm ; RV = 6cm ; RT = 7,5cm

	On fait un schéma codé en repassant chacun des triangles emboîtés de couleurs différentes.
$\frac{RU}{RS} = \frac{4}{5} = 0{,}8$ et $\frac{RV}{RT} = \frac{6}{7{,}5} = 0{,}8$	On calcule séparément $\frac{\mathrm{RU}}{\mathrm{RS}}$ et $\frac{\mathrm{RV}}{\mathrm{RT}}$.
• Les droites (US) et (VT) sont sécantes en R • $\frac{RU}{RS} = \frac{RV}{RT}$ • Les points R, U, S d'une part et R, V, T d'autre part sont alignés dans le même ordre	On écrit les hypothèses du théorème qui sont vérifiées. Pense à vérifier la condition **d'alignement dans le même ordre**.
D'après la réciproque de Thalès, les droites (UV) et (ST) sont parallèles.	On conclut.

Application : Dans le triangle FGH, I appartient à [GF] et J appartient à [GH]. Démontrer que les droites (IJ) et (FH) sont parallèles.
Données numériques : GI = 3,6cm ; GF = 7,2cm ; GJ = 4,4cm ; GH = 8,8cm