

Equations du type $x^2 = a$

Rappel : les équations produit nul

Propriété fondamentale

Un produit de deux facteurs est nul si et seulement si l'un des deux facteurs est nul.

Cela signifie que lorsqu'on a un produit dont le résultat est nul, il y a au moins un des facteurs qui est nul.

Réciproquement, si l'un des facteurs est nul, le produit est lui aussi égal à zéro.

$$a \times b = 0 \quad \text{si et seulement si} \quad a = 0 \text{ ou } b = 0$$

Exemple : Résoudre l'équation $(x - 2)(3x + 4) = 0$.



Une nouvelle situation

On voudrait résoudre : $x^2 = 25$

et pour cela, on va se ramener à une équation produit nul.

On soustrait 25 aux deux membres :

$$x^2 - 25 = 0$$

On reconnaît une identité remarquable :

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

Donc :

$$x^2 - 25 = (x - 5)(x + 5)$$

L'équation devient :

$$(x - 5)(x + 5) = 0$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul.

$$(x - 5) = 0 \quad \text{ou} \quad (x + 5) = 0$$

$$x = 5 \quad \text{ou} \quad x = -5$$

Les solutions de cette équation sont donc -5 et 5.

Les équations de type $x^2 = a$.

Nous allons étudier séparément 3 cas :

Juliette Hernando <https://juliettehernando.com>

Hors du cadre de la classe, aucune reproduction des textes et des images, même partielle, ne peut être faite sans l'autorisation expresse de l'auteure.

• Si a est négatif

Par exemple $x^2 = -64$

$8^2 = 64$ et $(-8)^2 = 64$

Le carré d'un nombre (positif ou négatif) étant toujours positif, cette équation n'a pas de solution.



• Si a est égal à zéro

$$x^2 = 0$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul.

Donc $x = 0$



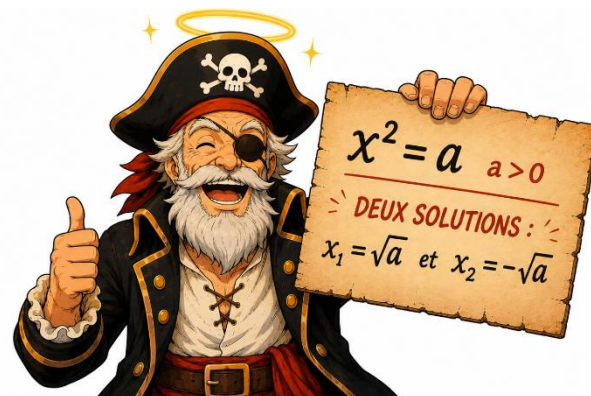
• Si a est supérieur à zéro

$$x^2 = 81$$

On peut refaire le même raisonnement que pour

$$x^2 = 25$$

Les solutions sont 5 et -5.



$a < 0$	$a = 0$	$a > 0$
$x^2 = a$ avec $a < 0$	$x^2 = 0$	$x^2 = a$ avec $a > 0$
☠️	LA SEULE SOLUTION EST 0!	DEUX SOLUTIONS :
PAS DE SOLUTION!	0	$x_1 = \sqrt{a}$ et $x_2 = -\sqrt{a}$

Exemples corrigés

Exemple 1 :

$$x^2 = 1$$

$$x = \sqrt{1} \text{ ou } x = -\sqrt{1}$$

$$x = 1 \text{ ou } x = -1$$

Les solutions de l'équation sont 1 et -1.

Exemple 2 :

$$x^2 = -4$$

L'équation n'a aucune solution car un carré est toujours positif.

Exemple 3 :

$$x^2 = 12$$

$$x = \sqrt{12} \text{ ou } x = -\sqrt{12}$$

Les solutions de l'équation sont $\sqrt{12}$ et $-\sqrt{12}$.

