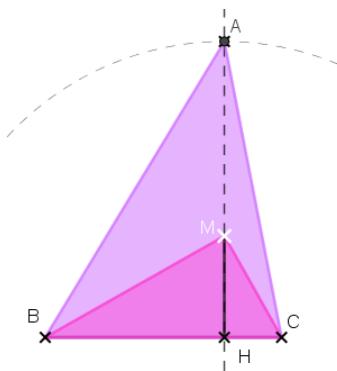


# Fonctions linéaires



## Généralités

Activité d'introduction sur *GeoGebra* dans le *Genially*.



**Définition :** Soit  $a$  un nombre. On appelle fonction linéaire de coefficient  $a$ , toute fonction qui, à tout nombre  $x$ , associe le nombre  $a \times x$ . On le note :

$$f : x \mapsto a \times x \text{ ou } f(x) = a \times x$$

**Remarque :** Les fonctions linéaires traduisent des situations de proportionnalité.

### Exemples :

$f(x) = 3x$  ,  $f$  est une fonction linéaire de coefficient 3.

$g : x \mapsto -7x$  ,  $g$  est une fonction linéaire de coefficient .....

$h(x) = 5,23x$  ,  $h$  est une fonction linéaire de coefficient .....

$i(x) = \frac{9}{4}x$  ,  $i$  est une fonction linéaire de coefficient .....

$j : x \mapsto -x$  ,  $j$  est une fonction linéaire de coefficient .....

### Questions flash :



- |    |       |     |       |
|----|-------|-----|-------|
| 1) | ..... | 6)  | ..... |
| 2) | ..... | 7)  | ..... |
| 3) | ..... | 8)  | ..... |
| 4) | ..... | 9)  | ..... |
| 5) | ..... | 10) | ..... |



[https://www.youtube.com/watch?v=bLanDaj5UB0&ab\\_channel=MathsetJeux](https://www.youtube.com/watch?v=bLanDaj5UB0&ab_channel=MathsetJeux)

**Remarque :** Si  $f$  est une fonction linéaire de coefficient  $a$  alors le coefficient  $a$  est l'image de 1 par  $f$  :

$$f(1) = a$$

## Calculs d'images et d'antécédents

Exemple corrigé :  $f$  est une fonction linéaire de coefficient 6.

1) Quelle est l'expression algébrique de  $f$  ? ; 2) Quelle est l'image de 3 par la fonction  $f$  ?

$$1) f(x) = 6x \quad 2) f(3) = 6 \times 3 = 18 \quad \text{L'image de 3 par } f \text{ est 18.}$$

Application :  $f$  est une fonction linéaire de coefficient -3.

1) Quelle est l'expression algébrique de  $f$  ? ; 2) Quelle est l'image de 8 par la fonction  $f$  ?

**Propriété** : Si  $f$  est une fonction linéaire de coefficient  $a$  (différent de 0) alors tout nombre possède un antécédent et un seul par  $f$ .

Plus précisément, l'antécédent d'un nombre  $b$  par  $f$  est  $\frac{b}{a}$ .

### Démonstration :

Considérons  $f$  est une fonction linéaire de coefficient  $a$  différent de 0.

Soit  $b$  un nombre quelconque. Montrons que  $b$  a un antécédent et un seul par  $f$ .

Nommons  $x$  un antécédent éventuel de  $b$  par  $f$ .

Par définition de l'antécédent d'un nombre par une fonction, on doit résoudre l'équation :

$$\begin{array}{ll} f(x) = b & \text{on utilise la définition} \\ a \times x = b & \text{on écrit l'équation à résoudre} \\ x = \frac{b}{a} & \text{on résout l'équation en divisant par } a \text{ qui est différent de 0} \\ b \text{ a donc un unique antécédent qui est } \frac{b}{a} & \end{array}$$

Exemple corrigé 1 :  $f$  est une fonction linéaire de coefficient -8.

1) Quelle est l'expression algébrique de  $f$  ? ; 2) 3 a-t-il un antécédent par  $f$  ?

$$1) f(x) = -8x \quad 2) 3 \text{ a un antécédent et un seul par } f \text{ qui est } \frac{3}{-8} = \frac{-3}{8}$$

Exemple corrigé 2 :  $f$  est une fonction linéaire de coefficient  $\frac{2}{3}$ .

1) Quelle est l'expression algébrique de  $f$  ? ; 2) 8 a-t-il un antécédent par  $f$  ?

$$1) f(x) = \frac{2}{3}x \quad 2) 8 \text{ a un antécédent et un seul par } f \text{ qui est } \frac{8}{\frac{2}{3}} = 8 \times \frac{3}{2} = 12$$

Exemple corrigé 3 :  $f$  est une fonction linéaire définie par  $f(x) = \frac{x}{6}$  ?

Quel est l'antécédent de 3 par  $f$  ?

$$3 \times 6 = 18 \quad 18 \text{ est l'antécédent de 3 par } f.$$

Application :  $f$  est une fonction linéaire de coefficient -1,5.

1) Quelle est l'expression algébrique de  $f$  ? ; 2) 9 a-t-il un antécédent par  $f$  ?

Questions flash :

- |          |           |
|----------|-----------|
| 1) ..... | 6) .....  |
| 2) ..... | 7) .....  |
| 3) ..... | 8) .....  |
| 4) ..... | 9) .....  |
| 5) ..... | 10) ..... |



[https://www.youtube.com/watch?v=raFifjJfUvw&ab\\_channel=MathsetJeux](https://www.youtube.com/watch?v=raFifjJfUvw&ab_channel=MathsetJeux)

**Déterminer une fonction linéaire**Méthode détaillée sur un exemple

Déterminer la fonction linéaire  $f$  telle que  $f(5) = 4$ .

$f(x) = ax$  ←  $f$  est une fonction linéaire de coefficient  $a$ .

$f(5) = a \times 5$  et  $f(5) = 4$  ← On remplace  $x$  par 5.

$a \times 5 = 4$  ← On obtient alors une équation qu'il faut résoudre.

$a = \frac{4}{5}$  ←  $f$  est donc définie par  $f(x) = \frac{4}{5}x$

Exemple : Déterminer la fonction linéaire  $g$  telle que  $g(-7) = 28$ .

**Représentation graphique d'une fonction linéaire**

On se place maintenant dans un repère du plan.

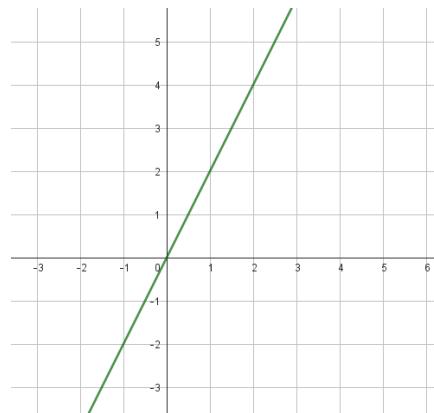
Propriété : Si  $f$  est une fonction linéaire de coefficient  $a$  alors sa représentation graphique est une droite qui passe par l'origine du repère.

Remarque : Le point  $M(1; a)$  est un point de la droite.

Définition :  $a$  est appelé le **coefficients directeur de la droite**.

Exemple : La représentation graphique de la fonction  $f : x \mapsto 2x$  est la droite passant par l'origine du repère et par le point  $C(1 ; 2)$ .

Elle passe également par le point  $A(2 ; 4)$  car  $f(2) = 2 \times 2 = 4$



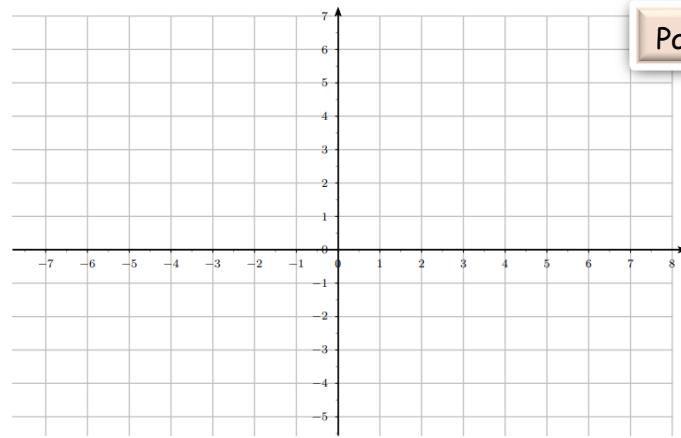
**Exemple 2 :**

Tracer la représentation graphique de chacune des fonctions suivantes :

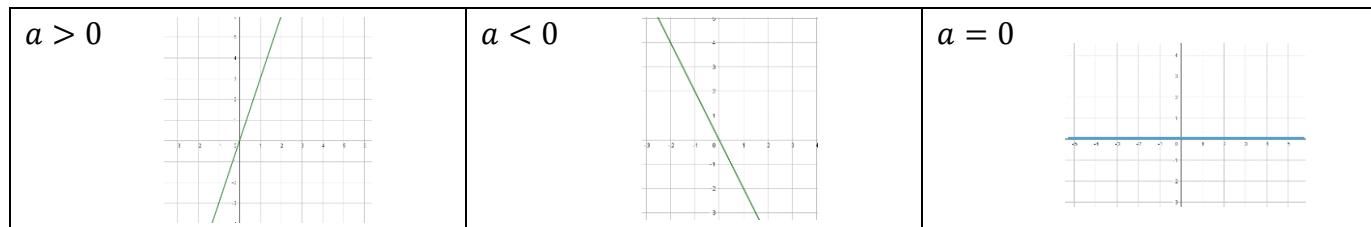
$$f : x \mapsto -2x \quad g : x \mapsto 5x$$

Ces fonctions sont linéaires.

Leurs représentations graphiques sont des droites passant par l'origine du repère et le point  $M(1 ; a)$ .



**Illustration :**  $a$  donne « la direction » à la droite



**Propriété réciproque :** Si la représentation graphique d'une fonction est une droite qui passe par l'origine du repère, alors cette fonction est une fonction linéaire.

De plus, le coefficient  $a$  est l'ordonnée du point de la droite qui a pour abscisse 1.

**Exemple :** Retrouve l'expression algébrique de la fonction  $f$  dont voici la représentation graphique.  
La représentation graphique de  $f$  est une droite passant par l'origine du repère.  $f$  est donc une fonction linéaire de la forme :  $f(x) = ax$

Pour trouver le coefficient  $a$ , je lis l'ordonnée du point de la droite d'abscisse 1 : c'est 0,5. Donc, l'expression algébrique de  $f$  est :  $f(x) = 0,5x$ .

**Questions flash :**

1) .....

4) .....

2) .....

5) .....

3) .....

**Exercices corrigés en vidéo**

Classe Genially

