



Probabilités (3^{ème}) 1/2

Rappels de 5^{ème} et 4^{ème}

Définition : Une **expérience aléatoire** est une expérience **due au hasard**. Elle a **trois caractéristiques** :

- On connaît les résultats possibles
- On ne sait pas lequel va se produire
- On peut répéter cette expérience dans les mêmes conditions autant de fois que l'on veut.

Les résultats de l'expérience aléatoire s'appellent : **les issues**.

Exemple 1 on lance un dé à 6 faces et on observe le nombre sur la face du dessus.



Les issues sont :

Définition : Un **événement** est une condition qui peut être, ou ne peut pas être, réalisée lors d'une expérience.

S'il est réalisé, il **peut être réalisé par une ou plusieurs issues** de l'expérience.

Exemple 1 voici quelques événements

A : 'obtenir 6' ; B : 'obtenir un nombre pair' ;

C : 'obtenir un nombre entre 1 et 6' ; D : 'obtenir 7'

Définition : Un événement réalisé par une seule issue est un **événement élémentaire**.

Définition : Un **événement impossible** est un événement qui ne peut pas se produire.

Définition : Un **événement certain** est un événement qui se produit nécessairement.



Définition : L'**événement contraire** d'un événement A, noté \bar{A} , est celui qui se réalise lorsque A n'a pas lieu : c'est l'**ensemble de toutes les issues qui ne réalisent pas A**.

Exemple 1 cherchons les événements contraires

Événement	Événement contraire
A : 'obtenir 6'	\bar{A} : 'ne pas obtenir 6' : 'obtenir 1, 2, 3, 4 ou 5'
B : 'obtenir un nombre pair'	\bar{B} : 'obtenir un nombre qui n'est pas pair' \bar{B} : 'obtenir un nombre impair' : 'obtenir 1, 3 ou 5'

On remarque que C est un événement certain et \bar{C} est un événement impossible.

D est un événement impossible, \bar{D} est un événement certain.

Définition : Deux événements sont **incompatibles** s'ils ne peuvent pas avoir lieu en même temps.

Exemple 1 Voici quelques événements incompatibles

- 'obtenir 6' et 'obtenir un nombre impair'
- 'obtenir un nombre pair' et 'obtenir 1'
- 'obtenir un nombre entre 1 et 6' et 'obtenir un nombre plus grand que 6 strictement'

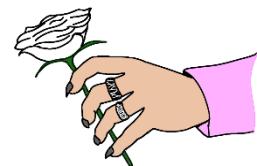
Remarque : Deux événements contraires sont **incompatibles**.

Questions flash :



Dans la suite de ce cours, on considère que toutes les issues de l'expérience ont la même chance de se produire (le dé n'est pas pipé, de même pour la pièce, les balles sont toutes identiques, etc.). On dira qu'on est dans un cas d'équiprobabilité.

Définition : La probabilité d'un événement A, noté $p(A)$, se calcule de la façon suivante :



$$p(A) = \frac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre d'issues possibles}}$$

On peut l'exprimer sous la forme d'une fraction, d'un nombre décimal ou d'un pourcentage.

Exemple 1 Calculons en détail, les probabilités des événements de l'exemple 1

A : 'obtenir 6' ;

Commençons par décrire puis compter les issues de l'expérience : '1', '2', '3', '4', '5', '6'

Il y a 6 issues possibles.

Combien d'issues permettent de réaliser 'obtenir un 6' ? une seule, tomber sur la face 6.

$$p(A) = \frac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre d'issues possibles}} = \frac{1}{6}$$

La probabilité de l'événement A est $\frac{1}{6}$.

Remarque : La probabilité d'un événement est la somme des probabilités des issues qui réalisent.

Propriété : La somme des probabilités des issues d'une expérience aléatoire est égale à 1.

Propriété : La probabilité d'un événement est un nombre compris entre 0 et 1.

Propriété : La probabilité d'un événement certain est égale à 1.

Propriété : La probabilité d'un événement impossible est égale à 0.

Propriété : Si A est un événement, la probabilité de l'événement contraire \bar{A} est donnée par la formule suivante :

$$p(\bar{A}) = 1 - p(A)$$

Exercice corrigé en vidéo



Questions flash : calcul de probabilités



Lorsque certaines issues ne sont pas équiprobables, on peut souvent changer le point de vue pour retrouver une situation où les issues sont équiprobables, c'est-à-dire où chacune a la même probabilité d'être réalisée.

Exemple : Un sac contient 3 boules rouges et 5 boules jaunes, toutes indiscernables au toucher. On tire une boule au hasard et on observe sa couleur.

- Les issues possibles de l'expérience sont :
 - Rouge
 - Jaune

Ces issues ne sont pas équiprobables, car il n'y a pas le même nombre de boules rouges et de boules jaunes.

Pour changer le point de vue, on considère les issues élémentaires :

Juliette Hernando <https://juliettehernando.com> Hors du cadre de la classe, aucune reproduction (textes et images) ne peut être faite sans mon autorisation.

Boule rouge n°1, Boule rouge n°2, Boule rouge n°3, Boule jaune n°1, Boule jaune n°2, Boule jaune n°3, Boule jaune n°4, Boule jaune n°5.

Ces 8 boules constituent les issues élémentaires : elles sont équiprobables car chaque boule a la même chance d'être tirée.

Ainsi, on est passé :

- d'une situation non équiprobable (les couleurs),
- à une situation équiprobable (les boules).

Expériences à deux épreuves

Une expérience à deux épreuves est une expérience aléatoire composée de deux actions successives : le résultat dépend du résultat de chaque épreuve.

Pour ne rien oublier, on peut représenter toutes les issues de l'expérience à l'aide :

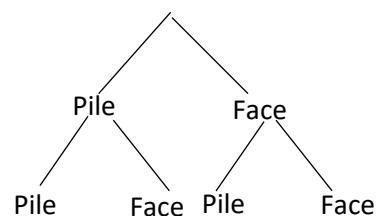
- d'un arbre de dénombrement ;
- ou d'un tableau à double entrée.

Exemple : On lance deux pièces.

Première épreuve : lancer de pièce → {Pile, Face}

Deuxième épreuve : lancer de pièce → { Pile, Face }

Chaque chemin de l'arbre correspond à une issue de l'expérience, par exemple : (Pile, Pile) ou (Face, Pile).



Nombre total d'issues : $2 \times 2 = 4$ issues.

On peut représenter les mêmes résultats autrement :

	Pile	Face
Pile	(P,P)	(P,F)
Face	(F,P)	(F,F)

Chaque case représente une issue.

Utilisation de tableau pour dénombrer



Utilisation d'arbres pour dénombrer

