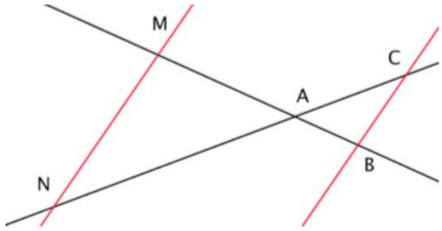
Théorème de Thalès (2) : parallèles ?

Rappelons le théorème de Thalès qui nous a permis de calculer des longueurs dans des configurations particulières :

Théorème de Thalès :

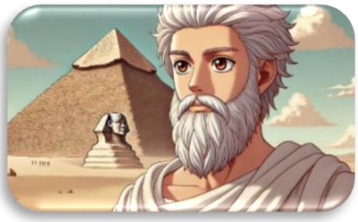
Si deux **droites (BM) et (CN) sont sécantes en A** et **les droites (BC) et (MN) sont parallèles**

alors on a **l'égalité suivante** :



$$\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{AM}} = \frac{\mathrm{AC}}{AN} = \frac{\mathrm{BC}}{MN}$$

Exercice corrigé :



Un peu de logique avant de poursuivre…

Revoyons ces notions : propriété réciproque ; contraposée ; propriété caractéristique.

Droites parallèles ?

Dans cette partie, on ne s'intéresse plus aux calculs de longueurs. On veut savoir si, connaissant des longueurs, certaines droites sont parallèles ou non.

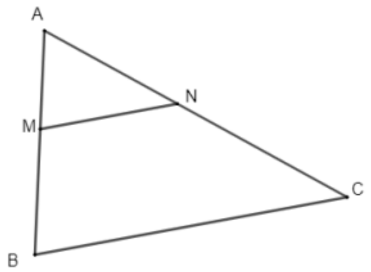
Réciproque du théorème de Thalès

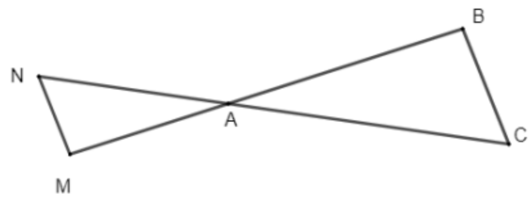
Réciproque du théorème de Thalès :

Si

- **Les droites (BM) et (CN) sécantes en A**
- **les points A, M, B et A, N, C sont alignés dans le même ordre**
- $\frac{\mathrm{AM}}{\mathrm{AB}} = \frac{\mathrm{AN}}{\mathrm{AC}}$

alors les droites **(BC) et (MN) sont parallèles.**





Attention l'égalité de **deux quotients seulement** est nécessaire

(idée de la démonstration : les triangles ABC et A'B'C' ont un angle commun et deux paires de côtés proportionnels. On pourra conclure que les côtés opposés à l'angle commun sont parallèles grâce aux propriétés des triangles semblables.)

Exemple 1 : Les droites (AB) et (DE) sont-elles parallèles ?

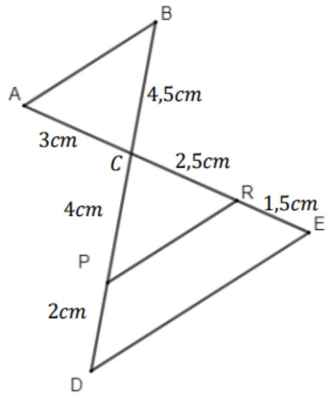
Correction : On sait que :

- Les droites (AE) et (BD) sont sécantes en C.
- Les points A, C, E et B, C, D sont alignés dans le même ordre.
- D'une part, $\frac{CA}{CE} = \frac{3}{2{,}5+1{,}5} = \frac{3}{4}$ = 0,75

  D'autre part, $\frac{CB}{CD} = \frac{4{,}5}{4+2} = \frac{4{,}5}{6}$ = 0,75

  Alors $\frac{CA}{CE} = \frac{CB}{CD}$.

Donc, d'après **la réciproque du théorème de Thalès**, les droites (AB) et (DE) sont parallèles.



Exemple 2 : Les droites (DE) et (PR) sont-elles parallèles ?

On sait que :

- Les droites (DP) et (ER) sont sécantes en C.
- Les points D, P, C et E, R, C sont alignés dans le même ordre.
- D'une part, $\frac{CD}{CP} = \frac{4+2}{4} = \frac{6}{4}$ = 1,5

  D'autre part, $\frac{CE}{CR} = \frac{2{,}5+1{,}5}{2{,}5} = \frac{4}{2{,}5}$ = 1,6

  Alors $\frac{CD}{CP} \neq \frac{CE}{CR}$.

Donc les droites (DE) et (PR) ne sont pas être parallèles, d'après la **contraposée du théorème de Thalès**. (si elles l'étaient, l'égalité du théorème de Thalès serait vérifiée)