

**Somme et différence**

Propriété : si  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont des nombres relatifs avec  $c$  différent de 0, alors :

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

Pour additionner (ou soustraire) deux rationnels qui ont le même dénominateur :

- on garde le dénominateur
- on additionne (ou soustrait les numérateurs)

Exemples :  $\frac{3}{4} + \frac{7}{4} = \frac{10}{4} = \frac{2 \times 5}{2 \times 2} = \frac{5}{2}$        $\frac{7}{2} - \frac{4}{2} = \frac{3}{2}$

Méthode : Pour additionner ou soustraire des nombres relatifs en écriture fractionnaire de dénominateurs différents, on doit d'abord les réduire au même dénominateur puis on applique la propriété précédente.

Exemple :  $A = -\frac{7}{25} + \frac{9}{15}$

On écrit la table des multiples des dénominateurs jusqu'à trouver le premier multiple commun :

	X1	X2	X3	X4	X5	...
Multiples de 25	25	50	75	100	125	...
Multiples de 15	15	30	45	60	75	...

$$A = \frac{-7 \times 3}{25 \times 3} + \frac{9 \times 5}{15 \times 5} = \frac{-21}{75} + \frac{45}{75} = \frac{-21 + 45}{75} = \frac{24}{75}$$

**Multiplication et division**

Propriété : Si  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  sont des nombres relatifs avec  $b$  et  $d$  différents de 0, alors :

$$\boxed{\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}}$$

Exemples :

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{2 \times 5}{3 \times 7} = \frac{10}{21}$$

$$\frac{-4}{5} \times \frac{2}{-3} = \frac{-4 \times 2}{5 \times (-3)} = \frac{-8}{-15} = \frac{8}{15}$$

Remarque : Dans ces exemples, on ne peut pas simplifier les fractions.

Mais si c'est le cas, il faudra penser à simplifier avant de calculer les produits :

Exemples :

$$\frac{12}{5} \times \frac{9}{4} = \frac{3 \times 4 \times 9}{5 \times 4} = \frac{3 \times 9}{5} = \frac{27}{5}$$

$$\frac{-6}{5} \times \frac{25}{36} = \frac{-6 \times 5 \times 5}{5 \times 6 \times 6} = \frac{-5}{6}$$

Propriété : Pour diviser des nombres relatifs en écriture fractionnaire, on multiplie le premier quotient par l'inverse du deuxième.

$$\boxed{\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}}$$

Exemple :  $\frac{3}{2} \div \frac{4}{7} = \frac{3}{2} \times \frac{7}{4} = \frac{3 \times 7}{2 \times 4} = \frac{21}{8}$

Exercice 1 : calculer

$$A = \frac{3}{7} + \frac{5}{7} \quad B = \frac{5}{11} + \frac{9}{11} \quad C = \frac{13}{17} - \frac{2}{17} \quad D = \frac{3}{4} + \frac{1}{4}$$

Exercice 2 : calculer

$$A = \frac{2}{3} + \frac{5}{4} \quad B = \frac{3}{5} + \frac{7}{4} \quad C = \frac{5}{3} - \frac{1}{4} \quad D = \frac{2}{7} - 3$$

Exercice 3 : calculer les expressions suivantes

$$A = \frac{1}{6} + \frac{5}{8} \quad B = \frac{5}{7} - \left( \frac{3}{2} - \frac{5}{4} \right) \quad C = \left( \frac{5}{8} + \frac{-7}{4} \right) - \left( \frac{-1}{3} - \frac{4}{3} \right)$$

Exercice 4 : calculer les expressions suivantes

$$A = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \quad B = \frac{3}{5} - \frac{2}{7} \quad C = \frac{-9}{2} + \frac{-2}{6} \quad D = \frac{9}{8} + \frac{5}{-6}$$

$$E = \frac{7}{-9} + \frac{-2}{6} \quad F = -\frac{-6}{-8} - \frac{-8}{-6} \quad G = \frac{-2}{-16} - \frac{5}{-24} \quad H = \frac{7}{2} + \frac{-4}{10} + \frac{-2}{5}$$

Exercice 5 : Recopie sur ton cahier et calcule.

$$A = \frac{5}{9} \times \frac{2}{3} \quad B = \frac{9}{11} \times \frac{8}{7} \quad C = 3 \times \frac{7}{5} \quad D = 6 \times \frac{-1}{13}$$

Exercice 6 : Recopie sur ton cahier et calcule, en donnant le résultat sous forme simplifiée.

$$A = \frac{15}{8} \times \frac{1}{5} \quad B = \frac{9}{17} \times \frac{-34}{5} \quad C = \frac{2}{7} \times \frac{9}{8} \quad D = -8 \times \frac{7}{64}$$

Exercice 7 : Recopie sur ton cahier et calcule, en donnant le résultat sous forme simplifiée.

$$A = \frac{-16}{7} \times \frac{-49}{4} \quad B = \frac{5}{6} \times \frac{-2}{-15} \quad C = \frac{48}{69} \times \frac{23}{96} \quad D = \frac{54}{51} \times \frac{17}{9} \quad E = \frac{63}{28} \times \frac{56}{45}$$

Exercice 8 : Recopie et calcule les expressions suivantes.

$$A = \frac{2}{5} \div \frac{9}{11} \quad B = \frac{3}{7} \div \frac{8}{13} \quad C = 3 \div \frac{2}{7} \quad D = \frac{15}{4} \div 7$$

Exercice 9 : Recopie sur ton cahier et calcule, en donnant le résultat sous forme simplifiée.

$$A = \frac{-45}{36} \div \frac{5}{-9} \quad B = \frac{16}{7} \div \frac{-12}{21} \quad C = \frac{-3}{-4} \div \frac{-5}{-28} \quad D = \frac{-11}{8} \div \frac{33}{12}$$

Exercice 10 : Recopie sur ton cahier et calcule, en donnant le résultat sous forme simplifiée

$$A = \frac{7}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{4}{21} \quad B = 4 - 4 \div \frac{16}{3} \quad C = \frac{5}{3} - \frac{2}{3} \div \frac{5}{6} \quad D = \frac{-13}{7} + \frac{3}{7} \div \frac{5}{3}$$

$$E = \left(1 - \frac{1}{7}\right) \div \frac{12}{5}$$

$$F = \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) \times \left(7 + \frac{37}{9}\right)$$

$$G = \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{3} - 1\right)$$

$$H = \frac{\frac{2}{3} + \frac{1}{6}}{2 - \frac{1}{2}}$$

### Exercice 11 :

On considère le programme de calcul ci-dessous :

Choisir un nombre.  
Le multiplier par  $\frac{3}{7}$ .  
Ajouter 5.  
Diviser par  $\frac{1}{5}$ .

- Appliquer ce programme de calcul au nombre 7.
- Appliquer ce programme de calcul au nombre  $\frac{28}{15}$ .
- On a appliqué ce programme de calcul à un nombre et on a eu 0 comme résultat. Quel était le nombre de départ ?

### Correction

#### Exercice 1 : Recopie sur ton cahier et calcule

$A = \frac{3}{7} + \frac{5}{7}$	$B = \frac{5}{11} + \frac{9}{11}$	$C = \frac{13}{17} - \frac{2}{17}$	$D = \frac{3}{4} + \frac{1}{4}$
$A = \frac{3+5}{7}$	$B = \frac{5+9}{11}$	$C = \frac{13-2}{17}$	$D = \frac{3+1}{4}$
$A = \frac{8}{7}$	$B = \frac{14}{11}$	$C = \frac{11}{17}$	$D = \frac{4}{4} = 1$

#### Exercice 2 : Vous devez faire à chaque fois la liste des multiples sur votre brouillon pour connaître le dénominateur commun :

$A = \frac{2}{3} + \frac{5}{4}$	$B = \frac{3}{5} + \frac{7}{4}$	$C = \frac{5}{12} - \frac{1}{4}$	$D = \frac{2}{7} - 3$
$A = \frac{2 \times 4}{12} + \frac{5 \times 3}{12}$	$B = \frac{3 \times 4}{20} + \frac{7 \times 5}{20}$	$C = \frac{5 \times 4}{12} - \frac{1 \times 3}{12}$	$D = \frac{2}{7} - \frac{3 \times 7}{7}$
$A = \frac{8}{12} + \frac{15}{12}$	$B = \frac{12}{20} + \frac{35}{20}$	$C = \frac{12}{20} - \frac{3}{12}$	$D = \frac{2}{7} - \frac{21}{7}$
$A = \frac{23}{12}$	$B = \frac{12+35}{20}$	$C = \frac{12-3}{12}$	$D = \frac{2-21}{7}$
	$B = \frac{47}{20}$	$C = \frac{12}{17}$	$D = \frac{-19}{7}$

#### Exercice 3 : Vous devez faire à chaque fois la liste des multiples sur votre brouillon pour connaître le dénominateur commun et vous devez utiliser les règles de priorités opératoires.

$A = \frac{1}{6} + \frac{5}{8}$	$B = \frac{5}{7} - \left( \frac{3}{2} - \frac{5}{4} \right)$	$C = \left( \frac{5}{8} + \frac{-7}{4} \right) - \left( \frac{-1}{3} - \frac{4}{3} \right)$
$A = \frac{1 \times 4}{24} + \frac{5 \times 3}{24}$	$B = \frac{5}{7} - \left( \frac{3 \times 2}{4} - \frac{5}{4} \right)$	$C = \left( \frac{5}{8} + \frac{-7 \times 2}{8} \right) - \left( \frac{-1 - 4}{3} \right)$
$A = \frac{4}{24} + \frac{15}{24}$	$B = \frac{5}{7} - \left( \frac{6}{4} - \frac{5}{4} \right)$	$C = \left( \frac{5}{8} + \frac{-14}{8} \right) - \frac{-5}{3}$
$A = \frac{4 + 15}{24}$	$B = \frac{5}{7} - \frac{1}{4}$	$C = \frac{-9}{8} + \frac{5}{3}$
$A = \frac{19}{24}$	$B = \frac{5 \times 4}{28} - \frac{1 \times 7}{28}$	$C = \frac{-9 \times 3}{24} + \frac{5 \times 8}{24}$
	$B = \frac{20}{28} - \frac{7}{28}$	$C = \frac{-27}{24} + \frac{40}{24}$
	$B = \frac{13}{28}$	$C = \frac{13}{24}$

Exercice 4 :

$A = \frac{1}{2} + \frac{2}{3}$	$B = \frac{3}{5} - \frac{2}{7}$	$C = \frac{-9}{2} + \frac{-2}{6}$	$D = \frac{9}{8} + \frac{5}{-6}$
$A = \frac{1 \times 3}{6} + \frac{2 \times 2}{6}$	$B = \frac{3 \times 7}{35} - \frac{2 \times 5}{35}$	$C = \frac{-9 \times 3}{2 \times 3} + \frac{-2}{6}$	$D = \frac{9 \times 3}{24} - \frac{5 \times 4}{24}$
$A = \frac{3}{6} + \frac{4}{6}$	$B = \frac{21}{35} - \frac{10}{35}$	$C = \frac{-27}{6} + \frac{-2}{6}$	$D = \frac{27}{24} - \frac{20}{24}$
$A = \frac{7}{6}$	$B = \frac{11}{35}$	$C = \frac{-29}{6}$	$D = \frac{7}{24}$
$E = \frac{7}{-9} + \frac{-2}{6}$	$F = -\frac{-6}{-8} - \frac{-8}{-6}$	$G = \frac{-2}{-16} - \frac{5}{-24}$	$H = \frac{7}{2} + \frac{-4}{10} + \frac{-2}{5}$
$E = \frac{-7 \times 2}{18} + \frac{-2 \times 3}{18}$	$F = \frac{-6 \times 6}{48} - \frac{8 \times 8}{48}$	$G = \frac{1}{8} + \frac{5}{24}$	$H = \frac{7 \times 5}{10} + \frac{-4}{10}$
$E = \frac{-14}{18} + \frac{-6}{18}$	$F = \frac{-36}{48} - \frac{64}{48}$	$G = \frac{1 \times 3}{24} + \frac{5}{24}$	$+ \frac{-2 \times 2}{10}$
$E = \frac{-20}{18}$	$F = \frac{-100}{48}$	$G = \frac{8}{24}$	$H = \frac{35}{10} + \frac{-4}{10} + \frac{-4}{10}$
$E = \frac{-10}{9}$	$F = \frac{-25}{12}$	$G = \frac{1}{3}$	$H = \frac{27}{10}$

Exercice 5 :

$$A = \frac{5}{9} \times \frac{2}{3} = \frac{5 \times 2}{9 \times 3} = \frac{10}{27}$$

$$B = \frac{9}{11} \times \frac{8}{7} = \frac{9 \times 8}{11 \times 7} = \frac{72}{77}$$

$$C = 3 \times \frac{7}{5} = \frac{3 \times 7}{5} = \frac{21}{5}$$

$$D = 6 \times \frac{-1}{13} = \frac{6 \times (-1)}{13} = \frac{-6}{13}$$

Exercice 6 :

$$A = \frac{15}{8} \times \frac{1}{5} = \frac{3 \times 5 \times 1}{8 \times 5} = \frac{3}{8}$$

$$C = \frac{2}{7} \times \frac{9}{8} = \frac{2 \times 9}{7 \times 2 \times 4} = \frac{9}{7 \times 4} = \frac{9}{28}$$

$$B = \frac{9}{17} \times \frac{-34}{5} = \frac{9 \times (-2) \times 17}{17 \times 5} = \frac{9 \times (-2)}{5} = \frac{-18}{5}$$

$$D = -8 \times \frac{7}{64} = \frac{-8 \times 7}{8 \times 8} = \frac{-7}{8}$$

Exercice 7 :

$$A = \frac{-16}{7} \times \frac{-49}{4} = \frac{-4 \times 4 \times (-7) \times 7}{7 \times 4} = \frac{-4 \times (-7)}{1} = 28$$

$$B = \frac{5}{6} \times \frac{-2}{-15} = \frac{5 \times (-2)}{2 \times 3 \times 5 \times (-3)} = \frac{-1}{3 \times (-3)} = \frac{1}{9}$$

$$C = \frac{48}{69} \times \frac{23}{96} = \frac{48 \times 23}{23 \times 3 \times 48 \times 2} = \frac{1}{3 \times 2} = \frac{1}{6}$$

$$D = \frac{54}{51} \times \frac{17}{9} = \frac{9 \times 6 \times 17}{3 \times 17 \times 9} = \frac{6}{3} = 2$$

$$E = \frac{63}{28} \times \frac{56}{45} = \frac{7 \times 9 \times 28 \times 2}{28 \times 9 \times 5} = \frac{7 \times 2}{5} = \frac{14}{5}$$

Exercice 8 :

$$A = \frac{2}{5} \div \frac{9}{11} = \frac{2}{5} \times \frac{11}{9} = \frac{2 \times 11}{5 \times 9} = \frac{22}{45}$$

$$B = \frac{3}{7} \div \frac{8}{13} = \frac{3}{7} \times \frac{13}{8} = \frac{3 \times 13}{7 \times 8} = \frac{39}{56}$$

$$C = 3 \div \frac{2}{7} = 3 \times \frac{7}{2} = \frac{3 \times 7}{2} = \frac{21}{2}$$

$$D = \frac{15}{4} \div 7 = \frac{15}{4} \times \frac{1}{7} = \frac{15 \times 1}{4 \times 7} = \frac{15}{28}$$

Exercice 9 :

$$A = \frac{-45}{36} \div \frac{5}{-9} = \frac{-45}{36} \times \frac{-9}{5} = \frac{-9 \times 5 \times (-9)}{9 \times 4 \times 5} = \frac{9}{4}$$

$$B = \frac{16}{7} \div \frac{-12}{21} = \frac{16}{7} \times \frac{21}{-12} = \frac{4 \times 4 \times 7 \times 3}{7 \times (-3) \times 4} = \frac{4}{-1} = -4$$

$$C = \frac{-3}{-4} \div \frac{-5}{-28} = \frac{3}{4} \times \frac{28}{5} = \frac{3 \times 4 \times 7}{4 \times 5} = \frac{21}{4}$$

$$D = \frac{-11}{8} \div \frac{33}{12} = \frac{-11}{8} \times \frac{12}{33} = \frac{-11 \times 4 \times 3}{4 \times 2 \times 3 \times 11} = \frac{-1}{2}$$

Exercice 10 :

$$A = \frac{7}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{4}{21} = \frac{7}{5} - \frac{3 \times 4}{5 \times 7 \times 3} = \frac{7}{5} - \frac{4}{5 \times 7} = \frac{7}{5} - \frac{4}{35} = \frac{7 \times 7}{5 \times 7} - \frac{4}{35} = \frac{49}{35} - \frac{4}{35} = \frac{45}{35}$$

$$A = \frac{9 \times 5}{7 \times 5} = \frac{9}{7}$$

$$B = 4 - 4 \div \frac{16}{3} = 4 - 4 \times \frac{3}{16} = 4 - \frac{4 \times 3}{4 \times 4} = 4 - \frac{3}{4} = \frac{4 \times 4}{4} - \frac{3}{4} = \frac{16}{4} - \frac{3}{4} = \frac{13}{4}$$

$$C = \frac{5}{3} - \frac{2}{3} \div \frac{5}{6} = \frac{5}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{6}{5} = \frac{5}{3} - \frac{2 \times 2 \times 3}{3 \times 5} = \frac{5}{3} - \frac{4}{5} = \frac{5 \times 5}{3 \times 5} - \frac{4 \times 3}{5 \times 3} = \frac{25}{15} - \frac{12}{15} = \frac{13}{15}$$

$$D = \frac{-13}{7} + \frac{3}{7} \div \frac{5}{3} = \frac{-13}{7} + \frac{3}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{-13}{7} + \frac{9}{35} = \frac{-13 \times 5}{7 \times 5} + \frac{9}{35} = \frac{-65}{35} + \frac{9}{35} = \frac{-56}{35} = \frac{-7 \times 9}{7 \times 5} = \frac{-9}{5}$$

$$E = \left(1 - \frac{1}{7}\right) \div \frac{12}{5} = \left(\frac{7}{7} - \frac{1}{7}\right) \div \frac{12}{5} = \frac{6}{7} \div \frac{12}{5} = \frac{6}{7} \times \frac{5}{12} = \frac{6 \times 5}{7 \times 2 \times 6} = \frac{5}{7 \times 2} = \frac{5}{14}$$

$$F = \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) \times \left(7 + \frac{37}{9}\right) = \left(\frac{1 \times 5}{4 \times 5} - \frac{1 \times 4}{5 \times 4}\right) \times \left(\frac{7 \times 9}{9} + \frac{37}{9}\right) = \left(\frac{5}{20} - \frac{4}{20}\right) \times \left(\frac{63}{9} + \frac{37}{9}\right) = \frac{1}{20} \times \frac{100}{9}$$

$$F = \frac{1 \times 20 \times 5}{20 \times 9} = \frac{5}{9}$$

$$\begin{aligned}
 G &= \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \times \left( \frac{2}{3} - 1 \right) = \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \times \left( \frac{2}{3} - \frac{3}{3} \right) = \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \times \left( -\frac{1}{3} \right) = \frac{3}{4} + \frac{1 \times (-1)}{2 \times 3} = \frac{3}{4} - \frac{1}{6} = \frac{3 \times 6}{4 \times 6} - \frac{1 \times 4}{6 \times 4} \\
 G &= \frac{18}{24} - \frac{4}{24} = \frac{16}{24} = \frac{8 \times 2}{8 \times 3} = \frac{2}{3} \\
 H &= \frac{\frac{2}{3} + \frac{1}{6}}{2 - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{2 \times 2}{6} + \frac{1}{6}}{\frac{4}{2} - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{4}{6} + \frac{1}{6}}{\frac{3}{2}} = \frac{\frac{5}{6}}{\frac{3}{2}} = \frac{5}{6} \times \frac{2}{3} = \frac{5 \times 2}{3 \times 2 \times 6} = \frac{5}{18}
 \end{aligned}$$

Exercice 11 :

$$\left( 7 \times \frac{3}{7} + 5 \right) \div \frac{1}{5} = (3 + 5) \div \frac{1}{5} = 8 \times 5 = 4$$

$$\left( \frac{28}{15} \times \frac{3}{7} + 5 \right) \div \frac{1}{5} = (3 + 5) \div \frac{1}{5} = \left( \frac{7 \times 4 \times 3}{5 \times 3 \times 7} + 5 \right) \div \frac{1}{5} = \left( \frac{4}{5} + 5 \right) \div \frac{1}{5} = \frac{29}{5} \div \frac{1}{5} = \frac{29}{5} \times \frac{5}{1} = \frac{29}{1} = 29$$

c. Pour retrouver le nombre de départ, il faut remonter le programme (le faire fonctionner à l'envers).

$$\begin{aligned}
 &0 \\
 &0 \times \frac{1}{5} = 0 \\
 &0 - 5 = -5 \\
 &-5 \div \frac{3}{7} = -5 \times \frac{7}{3} = \frac{-35}{3}
 \end{aligned}$$

Donc le nombre de départ était  $\frac{-35}{3}$ . (Pour vérifier le résultat, on peut refaire fonctionner le programme avec  $\frac{-35}{3}$  comme nombre de départ et voir qu'on obtient bien 0 à la fin.)